الفصل الثالث

التيار المتناوب أحادي الطور

Single phase Alternating Current

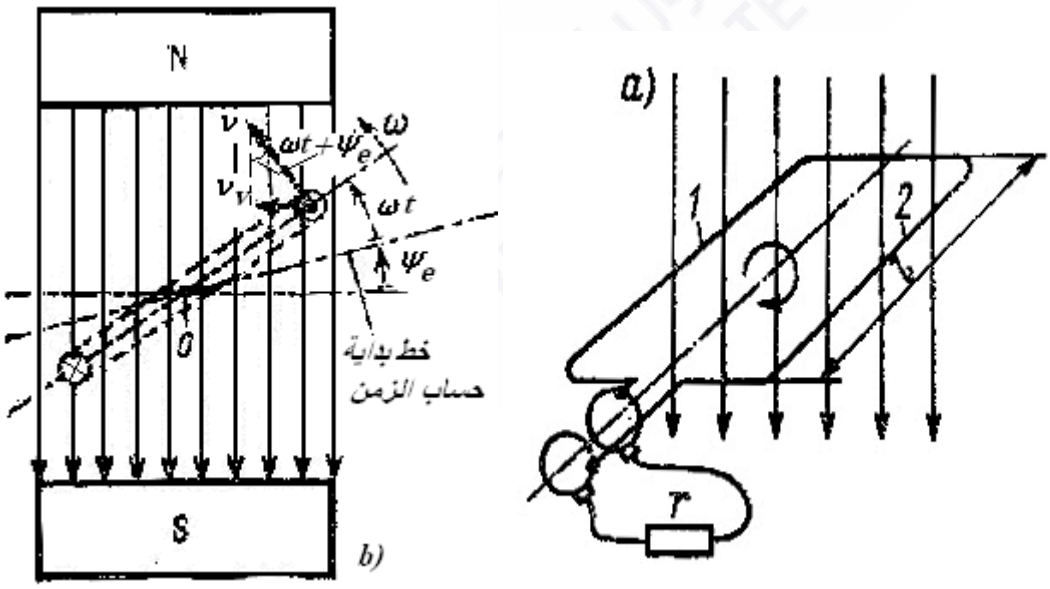
3-1- المفاهيم الأساسية للتيار المتناوب:

3-1-1-مفاهيم أساسية:

إن مفهوم التيار المتناوب الجيبي هو تيار يتغير بشكل منتظم بحسب القانون الجيبي ويكرر نفسه بعد زمن يساوي الدور.

يتميز التيار المتناوب الجيبي عن التيار المستمر باقتصادية توليده ونقله وتوزيعه. حيث يمكن ببساطة تحويل التوتر المتناوب بواسطة المحولات والحصول على أية قيمة للتوتر المطلوب مع المحافظة على شكله الجيبي، كما أن آلات التيار المتناوب (ثلاثية الطور) هي أكثر بساطة وموثوقية واقتصادية من آلات التيار المستمر.

3-1-2-توليد القوة المحركة الكهربائية الجيبيةGeneration Alternating EMF:



الشكل 3-1

إن أبسط أنواع مولدات (منوبات) القوة المحركة الكهربائية الجيبية هو موصل ملفوف(1) على شكل لفة مستطيلة الشكل (انظر الشكل 3-1-a). تدور هذه اللفة بسرعة زاويةثابتة ω ضمن حقل مغناطيسي متجانس (2)(يبين الشكل 3-1-b مقطع من اللفة عمودي على محور الدوران0). فإذا اعتبرنا بأنه في اللحظة الزمنية t=0كانت اللفة تشكل زاوية ابتدائية ψ_eمع المستوي (الوهمي) العمودي على خطوط الحقل المغناطيسي، فعند دوران اللفة يتولد في كل جانب من جانبي موصل اللفة ق.م.ك. متغيرة (وذلك بحسب قانون التحريض الكهرومغناطيسي، الذي سيتم شرحه في الفقرة 3-2-4)وتكون قيمة هذه القوة المحركة الكهربائية تساوي:

$$e = Blv_v \quad (3\text{-}1)$$

حيث B – كثافة الفيض المغناطيسي. l – طول الجزء الجانبي من اللفة. v_v – السرعة العامودية على خطوة الحقل المغناطيسي.

فإذا كانت v هي السرعة الخطية لحركةالموصل فإن:

$$v_v = v\sin(\omega t + \psi_e) \quad (3\text{-}2)$$

حيث: ωt –زاوية دوران اللفة خلال الزمن t محسوبة من خط بداية الزمن.

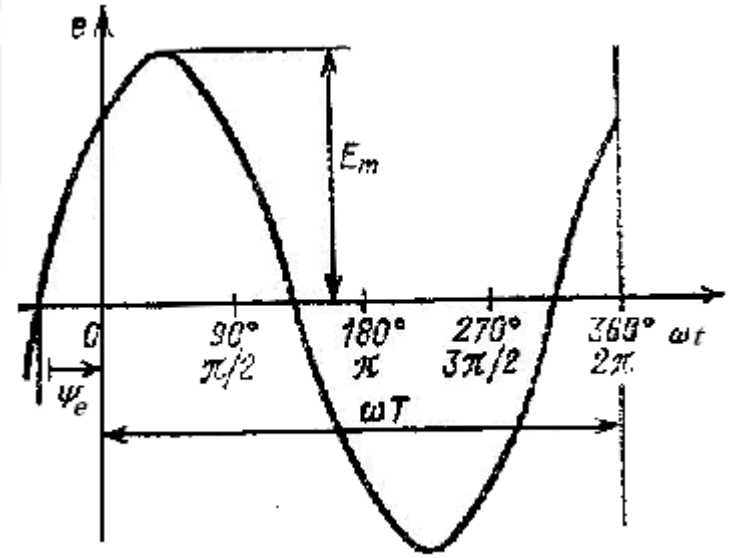
بوضع (3-2)في (3-1) نجد بأن قيمة ق.م.ك. تساوي:

$$e = Blv\sin(\omega t + \psi_e) = E_m \sin(\omega t + \psi_e) \quad (3\text{-}3)$$

وقيمة مطالها: $E_m = Blv$

أي أن ق.م.ك. تتغير بحسب قانون جيبي.

يبين الشكل 3-2 المخطط الزمني لتغيرات ق.م.ك. عند دوران اللفة.



الشكل 3-2

يتم توليد ق.م.ك. جيبية صناعياً باستخدام المولدات (المنوبات) التزامنية (التوافقية).

3-1-3- القيم الأساسية للتيارات والتوترات المتناوبة الجيبية:

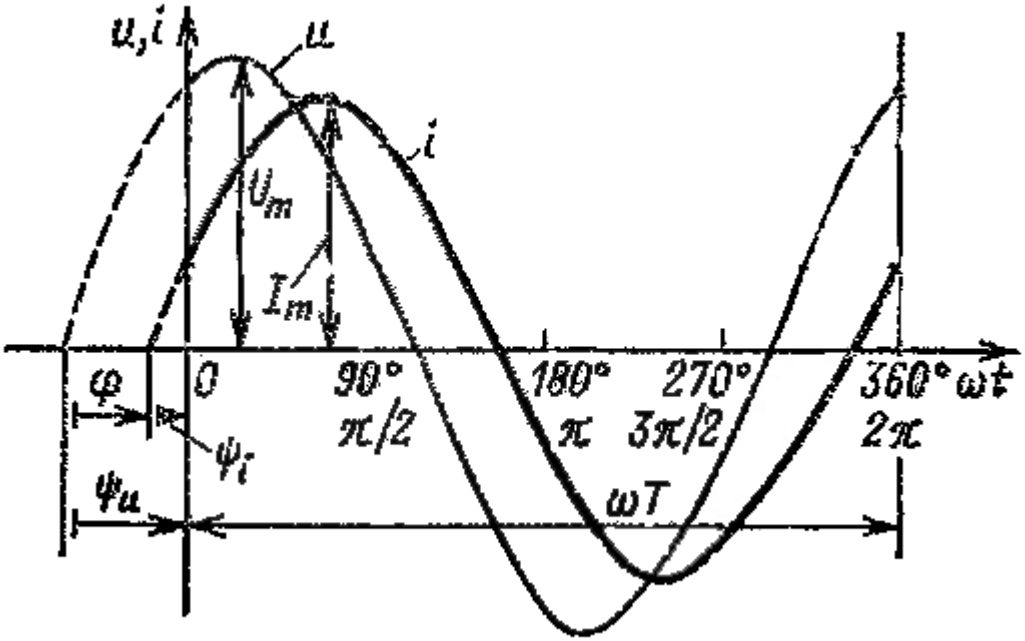
في دارات التيار الجيبي الخطية يكون كل من التيار والتوتر والقوة المحركة الكهربائية عبارة عن توابع جيبية تابعة للزمن:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$
$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e) \quad (3\text{-}4)$$
$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

حيث: i, e, u –هي القيم اللحظية للتوتر والقوة المحركة الكهربائية والتيار بالترتيب.

$\omega t + \psi_i, \omega t + \psi_e, \omega t + \psi_u$ – زوايا الطور للتوتر وق.م.ك. وللتيار. وتحسب من لحظة مرور التابع الجيبي من الصفر نحو الاتجاه الموجب.

يبين الشكل 3-3 توتر جيبي u وتيار جيبي i.



الشكل 3-3

نلاحظ من العلاقات (3-4)بأن التابع الجيبي يتحدد بثلاث بارامترات هي:

المطال I_m, E_m, U_m وهو القيمة العظمى للتابع الجيبي (أكبر قيمة لحظية).

التردد الزاوي ω وهي سرعة تغير زاوية الطور وتقاس بالرديان على الثانية $[rad/s]$.

الزاوية الابتدائية للطور ψ_i, ψ_e, ψ_u وهي قيمة زاوية الطور (الابتدائية) في بداية الزمن $t=0$ وتحسب كفرق بين لحظة مرور التابع الجيبي من الصفر نحو الاتجاه الموجب و اللحظة $t=0$. وتقاس بالرديان أو بالدرجة.

بالإضافة لهذه القيم تستخدم من أجل وصف التوابع الجيبية القيم التالية:

1-الدور $T=\frac{2\pi}{\omega}$ –وهو أقل فاصل زمني، الذي عند انتهائهتبدأ القيمة اللحظية الدوريةبالتكرار.

2-التردد $f=\frac{1}{T}$ –وهو عدد الأدوار في الثانية. واحدة قياس التردد هي الهرتز $(1Hz=1s^{-1})$.

3-زاوية فرق الطور بين التوتر والتيار φ – وهي قيمة جبرية تساوي للفرق بين الزاوية الابتدائية لطور التوتر والزاوية الابتدائية لطور التيار: $\varphi=\psi_u-\psi_i$.

4-القيمة الفعالة(أو جذر متوسط التربيع) I,E,U – وهي القيمة المكافئة للتيار المستمر حرارياً. أي هي قيمة التيار المستمر الذي ينشر نفس كمية الحرارة عند مروره في مقاومة كما لو مر بها تيار متناوب خلال نفس الفترة الزمنية (خلال دور). أي أ:

$$W_T=\int_0^T Ri^2dt=RI^2T$$

ومنها نجد القيمة الفعالة للتيار:

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (I_m\sin\omega t)^2dt}=$$

$$\frac{I_m}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (1-\cos 2\omega t)dt}=$$

$$\frac{I_m}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\left|t-\frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right|_0^T}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}(T-\frac{\sin 4\pi}{2\omega})}\Rightarrow$$

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=0.707I_m \quad (3\text{-}5)$$

بشكل مشابه تُحدد قيم التوتر وق.م.ك:

$$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$$
$$E=\frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad (3\text{-}6)$$

من المهم أن نعرف بأن القيم الفعالة هي التي تكتب على لوحات الأجهزة والآلات الكهربائية المتناوبة وفي نشراتها الفنية. كما أن أغلب أجهزة القياس المخصصة للتيار المتناوب تقيس القيم الفعالة للتيار والتوتر.

5-القيمة المتوسطة E_{av}, U_{av}, I_{av}. إن القيمة المتوسطة للتابع الجيبي خلال دور كامل تساوي الصفر (لأن مساحة نصف الموجة الموجب تساوي مساحة نصف الموجة السالب). لذلك أُتفق على اعتبار أن القيمة المتوسطة للتابع الجيبي هي القيمة المتوسطة لنصف الموجة الموجب (أي خلال نصف دور).

تتعلق القيمة اللحظية للتيار بزاوية طوره الابتدائية $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$، أما القيمة المتوسطة فلا تتعلق بزاوية الطور الابتدائية لأنها تساوي لنسبة المساحة المحصورة تحت نصف الموجة إلى المقدار $\frac{T}{2}$. لذلك نعتبر بأن $\psi_i = 0$ ونحدد القيمة المتوسطة للتيار:

$$I_{av} = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} i dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} I_m \sin\omega t dt = -\frac{2I_m}{T\omega}\left|\cos\omega t\right|_0^{T/2} = \frac{2}{\pi} I_m = 0.637 I_m \quad (3\text{-}7)$$

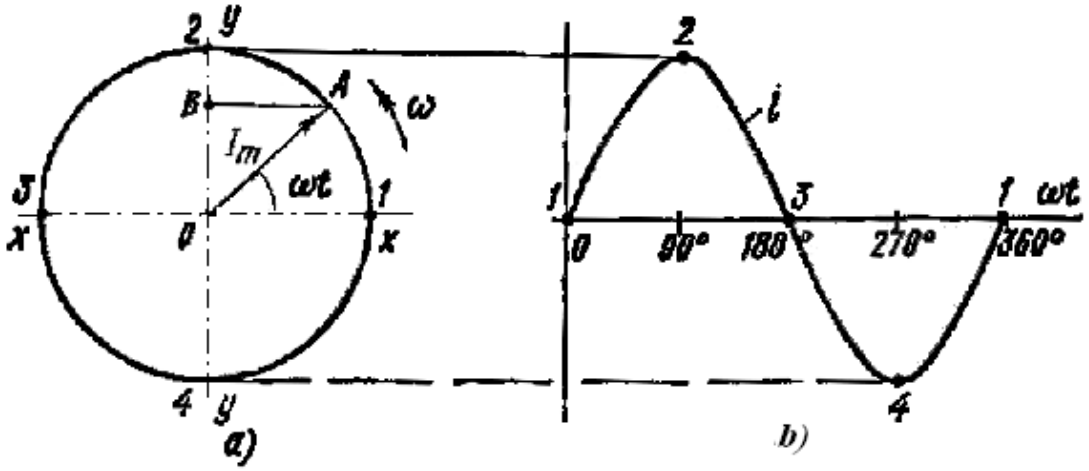
بشكل مشابه تُحدد القيم المتوسطة للتوتر و ق.م.ك.:

$$U_{av} = \frac{2}{\pi} U_m \qquad E_{av} = \frac{2}{\pi} E_m \quad (3\text{-}8)$$

3-1-4- المخططات الشعاعية:

أ–الطريقة الشعاعية لتمثيل القيم الجيبية:

إن طريقة التمثيل الشعاعي للقيم الجيبية هي طريقة مريحةلدراسة دارات التيار المتناوب .



الشكل 3-4

لقد بُنيت هذه الطريقة على الفكرة التالية:

عنددوران الشعاع OA (انظر الشكل a-4-3)بسرعة زاوية منتظمة ω فأن مسقطه OB يتناسب مع جيب الزاوية ωt،التي يشكلها الشعاع OA مع المحور الأفقي x. أي أن:

$$OB = OA\sin\omega t$$

وبالتالي فأن علاقة طول مسقط الشعاع بالزاوية ωt خلال دورة واحدة تشكل إشارة جيبية كالمبينة بالشكل b-4-3.

فإذا اعتبرنا بأن طول الشعاع يساوي القيمة العظمى للتيار المتناوب $OB = I_m$، فعند دوران هذا الشعاع تُشكل مساقطه على المحور y منحني يمثل تغيرات القيمة اللحظية للتيار i بدلالة الزاوية ωt :

-عند $\omega t = 0$ (النقطة 1) يكون الشعاع OA أفقي و $i = 0$.

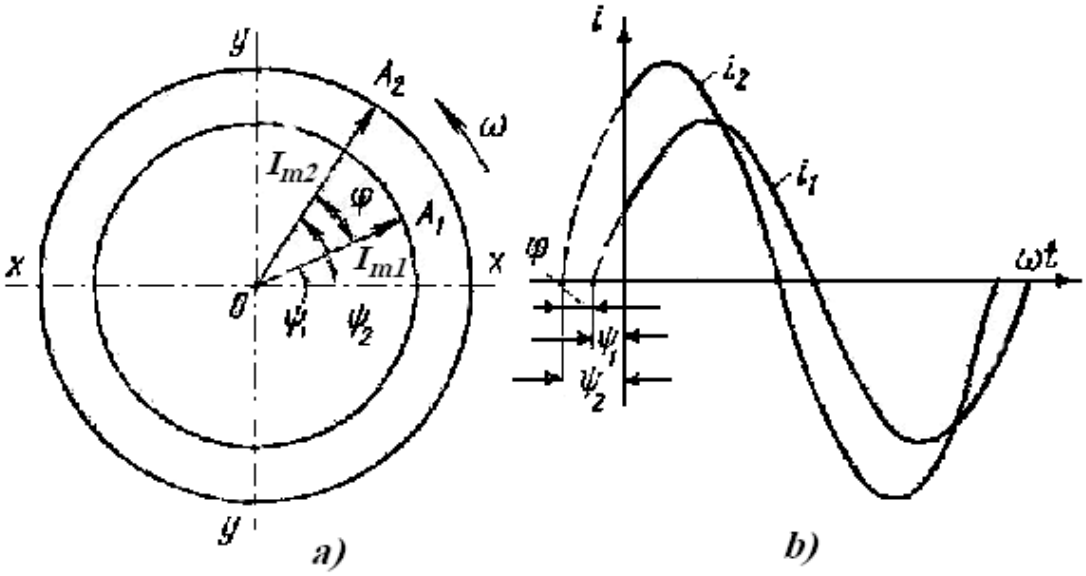
-عند $\omega t = 90^o$ (النقطة 2) يكون الشعاع OA عامودي للأعلى و $i = I_m$.

-عند $\omega t = 180^o$ (النقطة 3) يكون الشعاع OA أفقي أيضاً و $i = 0$.

-عند $\omega t = 270^O$ (النقطة 4) يكون الشعاع OA عامودي للأسفل و $i = -I_m$.

إن النقاط 3,2,1 و4 على الشكل a-4-3 لمختلف وضعيات دوران الشعاع OA تتطابق مع النقاط 3,2,1 و4على منحني تغير التيار i (الشكل b-4-3). ويعتبر اتجاه حركة الشعاع موجباً إذا كان بعكس عقارب الساعة (اصطلاحاً).

عندما يُطلب الحصول على التمثيل الشعاعي لعدة قيم متغيرة جيبياً، على سبيل المثال للتيارين i_2, i_1، يُرسم شعاعان OA_2 وAO_1 (الشكل a-5-3) بأطوال تساوي (أو تتناسب) مع I_{m1} وI_{m2} وبزوايا تساوي الزوايا الابتدائية ψ_1 و ψ_2.



الشكل 3-5

يُسمى الفرق بين الزاويتين الابتدائيتين للقيم المتغيرة جيباً بزاوية فرق الطور (أو فرق الصفحة):

$$\varphi = \psi_2 - \psi_1$$

هذا يعني بأن كل نقطة من نقاط i_2 تتقدم عن النقطة المماثلة للتيار i_1 بزاوية قدرها φ.

أي إن التيار i_2 يصل إلى الصفر وإلى قيمته العظمى قبل i_1. كما ويمكن القول بأن i_1 يتأخر عن i_2 بزاوية φ. أما إذا مر التياران من الصفر ووصلا إلى القيمتان العظمتانفي وقت واحد فنقول أن التياران متطابقان في الطور.

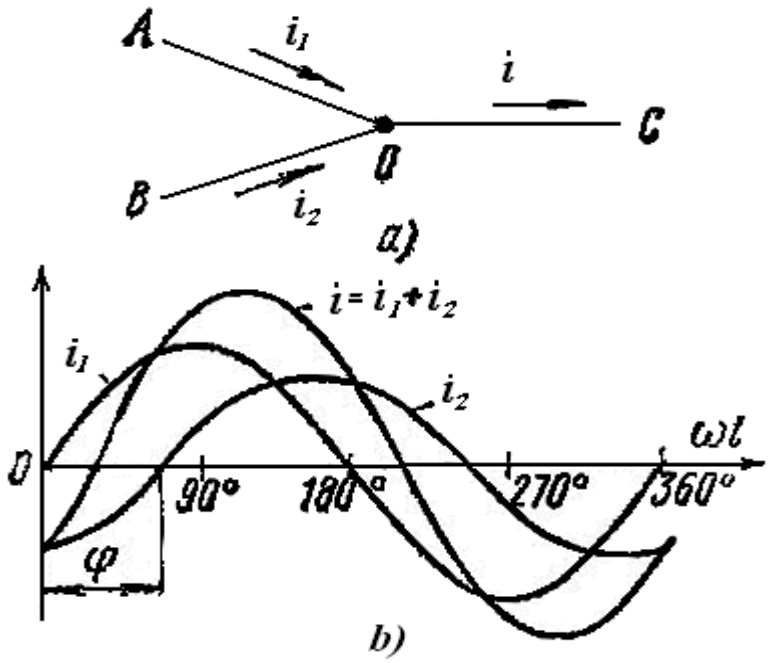
يُرمز للقيم الشعاعية (أو العقدية) بالرموز المعروفة للتيار والتوتر مع خط تحتها كما يلي:

$\underline{U}, \underline{I}$.

ب- رسم المخططات الشعاعية:

المخططات الشعاعية هي مجموعة الأشعة التي تمثل القيم المتغيرة جيباً، وهي تسمح بتبسيط حساب دارات التيار المتناوب، فبدل جمع أو طرح القيم المتناوبة اللحظية يتم جمع أو طرح أشعتها.

عند رسم المخططات الشعاعية يؤخذ عادة طول الشعاع (مطاله) يساوي القيمةالفعالة للتيار ($I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$) أو التوتر ونعتبر بأن الشعاع غير متحرك، أي أن طول الشعاع يكون أصغر من طول شعاع القيمة العظمى (انظر الشكلين 3-4 و3-5) بمقدار $\sqrt{2}$. أما الزوايا بين الأشعة فتبقى دون تغيير.

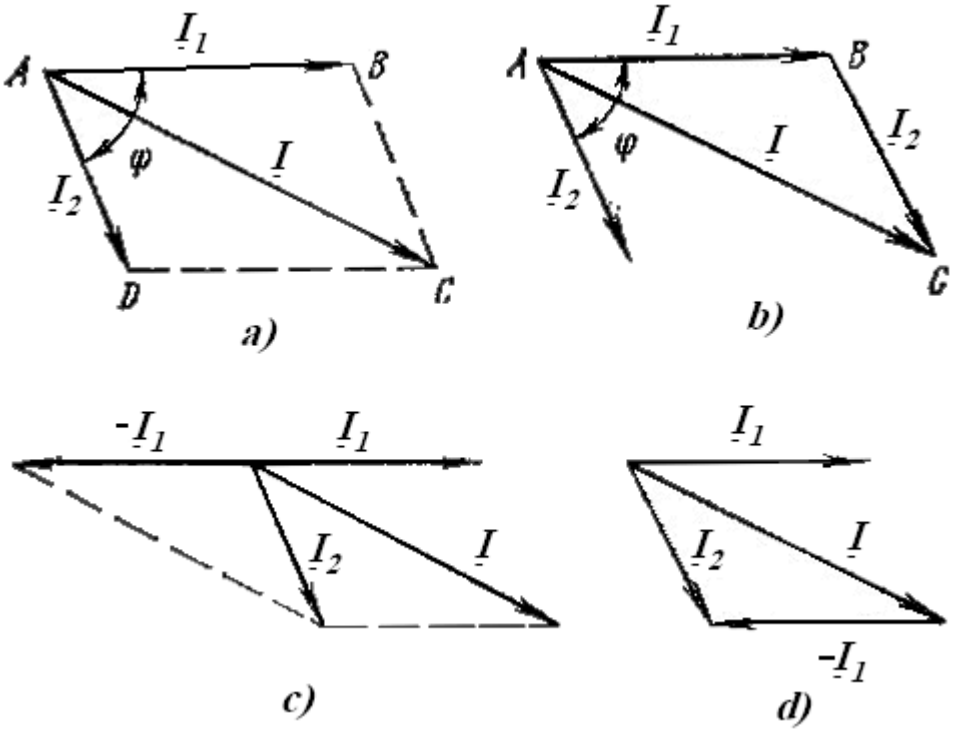


الشكل 3-6

لنرسم مثلاً المخطط الشعاعي لقيم التيارات الفعالة المبينة في الشكل 3-6-a، مع العلم بأن $i = i_1 + i_2$ وذلك بحب قانون كيرشوف الأول.

من الشكل 3-6-b نلاحظ بأن للتيارين i_1 و i_2 قيمتان عظمتان مختلفتان وبالتالي تكون القيمتان الفعالتان مختلفتين أيضاً، كما أن التيارين منحرفان عن بعضهما بزاوية فرق طور مقدارها φ.

بطريقة الجمع البياني للقيم اللحظية لعينات i_1 و i_2 نحصل على تيار المحصلة i ومنه نحصل على القيمة اللحظية I_m ثم على القيمة الفعالة $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$. ولكن يمكن بسهولة أكثر الحصول على القيمة الفعالة للتيار I عن طريق الجمع الشعاعي للتيارين $\underline{I}_1$ و $\underline{I}_2$، أي $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$.



الشكل 3-7

تُجمع الأشعة بطريقة متوازي الأضلاع (الشكل 3-7-a) أوبطريقة المثلث (الشكل 3-7-b).

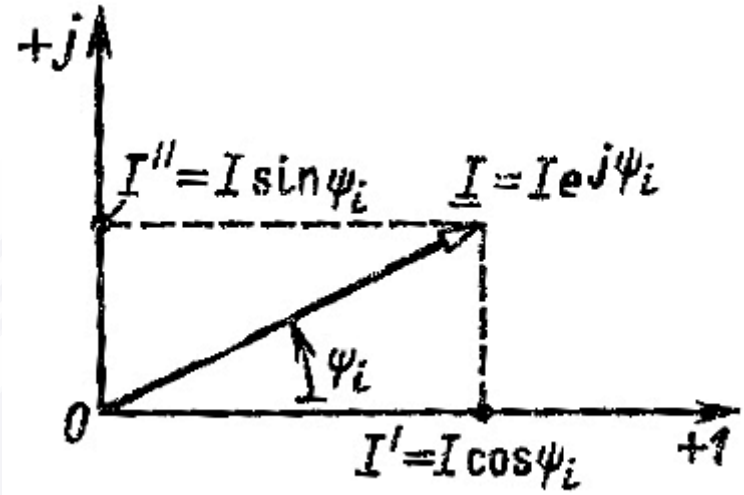
في طريقة الأولى(الشكل 3-7-a) يتم رسم متوازي الأضلاع ABCD بضلعين متجاورين $\underline{I}_1$ و $\underline{I}_2$ وبينهما زاوية φ، فيكون قطر متوازي الأضلاع $\underline{I}$ هو المحصلة الشعاعية للتيار المذكورين.

في الطريقة الثانية يتم رسم المثلث ABC بضلعين AB=$\underline{I}_1$ و BC=$\underline{I}_2$فيكون الضلع الثالث للمثلث AC هو التيار $\underline{I}$ المطلوب.

لطرح شعاعين يتم جمع الشعاع الأول مع مقلوب الشعاع الثاني (انظر الشكلين 3-7-d و c)، فللحصول على التيار $\underline{I}_2$ يتم طرح الشعاع $\underline{I}_1$ من $\underline{I}$، أي: $\underline{I}_2 = \underline{I} - \underline{I}_1 = \underline{I} + (-\underline{I}_1)$.

3-1-5- تمثيل التوابع الجيبية بمساعدة الأعداد العقدية:

يمكن الانتقال من التمثيل الشعاعي للتوابع الجيبية إلى التمثيل العقدي. ففي المستوي العقدي المبين في الشكل 3-8 يكون محور السينات هو محور الأعداد الحقيقية ويرمز له بالرمز 1+ومحور العينات هو محور الأعداد التخيلية ويرمز له بالرمز j+.



الشكل 3-8

نُسقط التيار $\underline{I}$ ذي المطال I والزاوية ψ_i على محور الأعداد الحقيقية فنحصل على المسقط $I' = I\cos\psi_i$ أما مسقط $\underline{I}$ على محور الأعداد التخيليه فهو $I'' = I\sin\psi_i$.

إن أي نقطة في المستوي العقدي (أو أي شعاع يمتد من بداية الإحداثيات حتى هذه النقطة) يمكن تمثيلها بالعدد العقدي: $A = a + jb$ ، حيث: a– إحداثي النقطة على المحور الحقيقي و b– إحداثي النقطة على المحور التخيلي. لذلك فأن شعاع التيار يُكتب بالشكل العقدي الجبري كما يلي:

$$\underline{I} = I' + jI''$$

وبالشكل العقدي المثلثي:

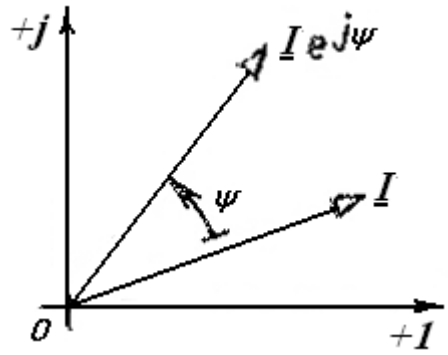
$$\underline{I} = I\cos\psi_i + jI\sin\psi$$

ومع الأخذ بالحسبان علاقة إيلير التالية: $e^{j\psi_i} = \cos\psi_i + j\sin\psi_i$

نكتبالعلاقة السابقة بالطريقة الأسيةلنفس الشعاع السابق كما يلي :

$$\underline{I} = Ie^{j\psi_i}$$

يُسمى المقدار $e^{j\psi_i}$ بعامل الدوران (أو الاستدارة)، لأن ضرب شعاع ما $\underline{I}$ بعامل الدوران $e^{j\psi_i}$ يُؤدي إلى حرف هذا الشعاع بزاوية قدرها ψ_i بالنسبة لمحور الأعداد الحقيقية (الشكل3-9).



الشكل 3-9

يتم الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل الأسي والمثلثي من العلاقات التالية المستنتجة من الشكل 3-8 :

$$I = \sqrt{(I')^2 + (I'')^2}$$

$$\psi_i = arctg\frac{I''}{I'} \quad \text{عندما} \quad I' > 0$$

$$\psi_i = arctg\frac{I''}{I'} + 180^o \quad \text{عندما} \quad I' < 0$$

بهذا الشكل فأن الأعداد العقدية تمثل شعاع وتحدد (تماماً كالشعاع) المطال (أو القيمة الفعالة) وزاوية الطور الابتدائية للتابع الجيبي. أما ω فتكون عادة معروفة.

تسمى المقادير $\underline{E}_m, \underline{U}_m, \underline{I}_m$ – المطالات العقدية أو القيم العظمى العقدية، والمقادير $\underline{E}, \underline{U}, \underline{I}$ –القيم الفعالة العقدية للتيار والتوتر وق.م.ك. أو باختصار التيار العقدي والتوتر العقدي والقوة المحركة الكهربائية العقدية.

مثال 3-1:

إذا كانت قيمة التيار العقدي هي: $\underline{I} = -4 - j3$ ، اوجد بارامترات التابع الجيبي الزمني، أي اوجد القيمة اللحظية للتيار المطابقة للقيمة العقدية المعطاة.

الحل:

القيمة الفعالة للتيار:

$$I = \sqrt{(I')^2 + (I'')^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = 5A$$

القيمة العظمى للتيار (المطال):

$$I_m = \sqrt{2}I = 1.41 \cdot 5 = 7.07A$$

زاوية الطور الابتدائية للتيار:

$$\psi_i = arctg(\frac{I''}{I'}) + 180^o = arctg(\frac{-3}{-4}) + 180^o =$$
$$36^o52' + 180^o = 216^o52'$$

القيمة المطلوبة للتيار اللحظي:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = 7.07\sin(\omega t + 216^o52')A$$

إذا كان التردد 50Hz فيكون التردد الزاوي:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3.14 \cdot 50 = 314 rad/s$$

مثال 3-2:

لدينا: التوتر العقدي $\underline{U} = -400 + j300$ والتردد f=50Hz. والمطلوب تحديد القيمة اللحظية للتوتر u.

الحل:

نحول التوتر العقدي $\underline{U}$ من الشكل الجبر إلى الأسي:

$$U = \sqrt{(U')^2 + (U'')^2} = \sqrt{(-400)^2 + (300)^2} = 500V;$$
$$\psi_u = arctg(\frac{U''}{U'}) + 180^o = arctg[\frac{300}{(-400)}] + 180^o =$$
$$-36^o52' + 180^o = 143^o8';$$
$$\underline{U} = Ue^{j\psi_u} = 500e^{j143^o8'}V$$

نحدد مطال التوتر والتردد الزاوي:

$$U_m = \sqrt{2}U = \sqrt{2} \cdot 500 = 707V$$
$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 == 314 rad/s$$

فتكون القيمة المطلوبة للتوتر اللحظي:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) = 707\sin(314t + 143^o8')$$

مثال 3-3:

لدينا المعطيات الأتية: مطال التيار $I = 56.5A$، زاوية الطور الابتدائية $\psi_i = -30^o$، والتردد الزاوي $314 rad/s$، والمطلوب: كتابة القيمة اللحظية للتيار و حساب القيمه الفعالة بأشكالها الثلاثة.

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_u) = 56.5\sin(314t - 30^o)A;$$
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{56.5}{\sqrt{2}} = 40A;$$
$$\underline{I} = Ie^{j\psi_i} = 40e^{-j30} = 40\cos(-30^o) + j40\sin(-30) =$$
$$34.7 - j20A.$$

3-1-6- العمليات الجبرية على الأعداد العقدية:

لجمع وطرح الأعداد العقدية نستخدم الشكل الجبري في كتابة الأعداد العقدية، فإذا كان لدينا تياران جيبيان مكتوبان بشكل عقدي:

$$\underline{I}_1 = I_1^{'} + jI_1^{''} = I_1 e^{j\psi_{i1}}$$

$$\underline{I}_2 = I_2^{'} + jI_2^{''} = I_2 e^{j\psi_{i2}}$$

فنقومبعملية جمع (أو طرح) الجزء الحقيقي مع الحقيقي والجزء التخيلي مع التخيلي:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (I_1^{'} + jI_1^{''}) + (I_2^{'} + jI_2^{''}) =$$
$$= (I_1^{'} + I_2^{'}) + j(I_1^{''} + I_2^{''}) = I_3^{'} + jI_3^{''} = \underline{I}_3;$$

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_2 = (I_1^{'} + jI_1^{''}) - (I_2^{'} + jI_2^{''}) =$$
$$= (I_1^{'} - I_2^{'}) + j(I_1^{''} - I_2^{''}) = I_4^{'} + jI_4^{''} = \underline{I}_4$$

من أجل العمليات اللوغرتمية والضرب والقسمة يستخدم الشكل الأسي في كتابة الأعداد العقدية:

$$\underline{I}_1 \underline{I}_2 = I_1 e^{j\psi_{i1}} I_2 e^{j\psi_{i2}} = I_1 I_2 e^{j(\psi_{i1}+\psi_{i2})} = I_5 e^{j\psi_{i5}};$$

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{I_1 e^{j\psi_{i1}}}{I_2 e^{j\psi_{i2}}} = I_6 e^{j(\psi_{i1}-\psi_{i2})} = I_6 e^{j\psi_{i6}} :$$

$$\ln \underline{\underline{I}} = \ln(Ie^{j\psi_i}) = \ln I + j\psi_i.$$

حيث: $\psi_{15} = \psi_{i1} + \psi_{i2}$ و $\psi_{i6} = \psi_{i1} - \psi_{i2}$.

3-2- العناصر والبارامترات الأساسية لدارات التيار المتناوبالجيبي:

3-2-1-المقاومة الأومية الصرفة:

إن قيمة المقاومة الأومية الصرفة في دارة التيار المتناوب قد تكون أكبرمن قيمة نفس المقاومة في دارة التيار المستمر، وذلك بسبب الظاهرة القشرية (Skin Effect) التي تشير إلى ميول التيار ذي الترددات العالية للمرور خلال سطح المعدن. يمكن تفسير ذلك كما يلي:

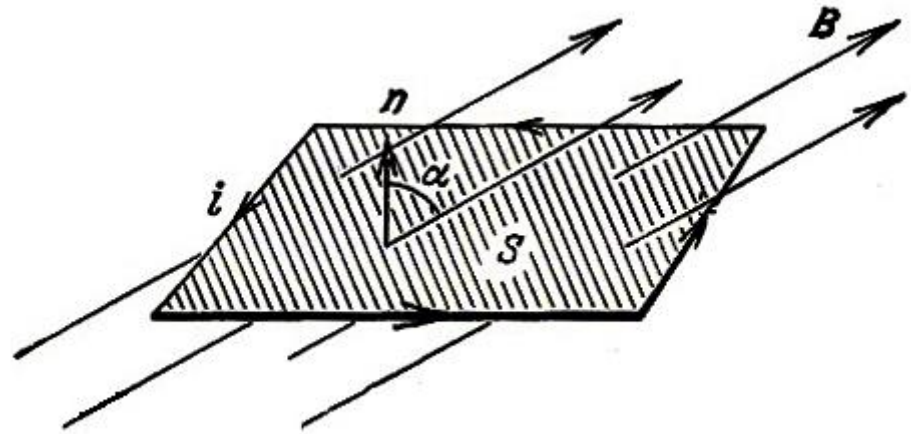
إن الفيض المغناطيسي الناتج عن مرور التيار في الموصل يكون ذا كثافة أكبر في مركز الموصل منه في النقاط الأخرى ويولد ق.م.ك.تعاكس السبب (التيار) الذي أدى إلى حدوثها. يُفهم من هذا أن الممانعة أمام التيار الكهربائي المتناوب عالي التردد تكون ذات قيمة عظمى في مركز الأسطوانة ويؤدي هذا إلى أن التيار يميل إلى المرور قرب السطح ذي الممانعة الأقل. إلا أن عند تردد غير عالي نسبياً

(50Hz)، يمكن إهمال تأثير الظاهرة القشرية. وتسمى المقاومة الأومية الصرفة في دارة التيار المتناوب بالمقاومة الفعالة.

3-2-2-التحريض المغناطيسي والفيض المغناطيسي Flux Density and Magnetic Flux :

إن المجالين الكهربائي والمغناطيسي المتغيرين مع الزمن هما مجالان مترابطان مع بعضهما البعض، لأنهما يمثلان (جانبي) مجال كهرومغناطيسي واحد ويربطهما قانون التحريض الكهرومغناطيسي (الكهرطيسي) الذي سنستعرضه في الفقرة 2-4.

إن أهم القيم التي تصف المجال المغناطيسي هي- شعاع التحريض المغناطيسي (أو كثافة الفيض المغناطيسي) B وهو يمثل كثافة واتجاه المجال المغناطيسي في كل نقطة من نقاطه.



الشكل 3-10

يعرف الفيض (التدفق) المغناطيسي بأنه عدد خطوط المجال المغناطيسي التي تخترق السطح S بشكل ناظمي.

فإذا اخترق مجال مغناطيسي متجانس كثافته B سطح مستوي مساحته S فيكون الفيض المغناطيسي الذي يخترق السطح(بشكل ناظمي) يساوي:

$$\phi = BS\cos\alpha = B_n S \quad (3\text{-}9)$$

حيث α – الزاوية بين الناظم n واتجاه التحريض المغناطيسي B.

B_n – مسقط شعاع التحريض المغناطيسي على الناظم.

إذا كان المجال المغناطيسي غير متجانس والسطح ليس مستوياً فيتم تقسيم المستوي إلى أجزاء لامتناهية في الصغر dS كل منها يمكن اعتباره مستوي صغير كما يمكن اعتبار المجال المغناطيسي على مدى هذا الجزء الصغير مجالاً متجانساً. لذلك يكون الفيض المغناطيسي الذي يخترق هذا الجزء الصغير يساوي:

$$d\phi = B_n dS \quad (3\text{-}10)$$

والفيض المغناطيسي الكامل عبر كل السطح يعطى بالعلاقة التالية:

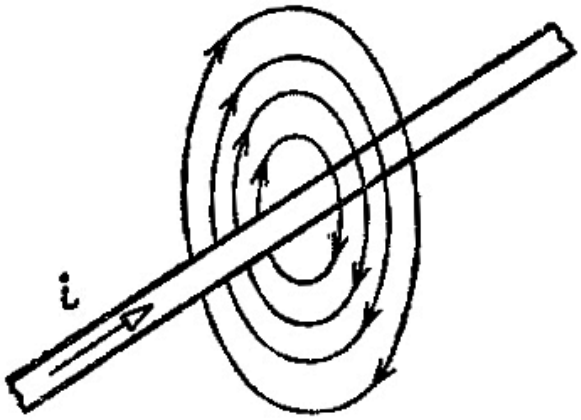
$$\phi = \int_S B_n dS \quad (3\text{-}11)$$

من العلاقة السابقة يمكن أن نكتب:

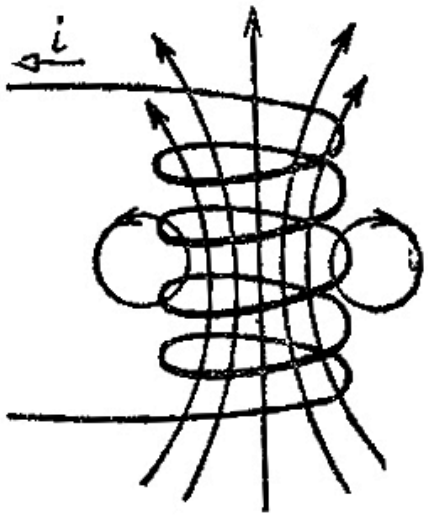
$$B_n = \frac{d\phi}{dS} \quad (3\text{-}12)$$

يُقاس الفيض المغناطيسي ϕ بالويبر[Wb] والمساحة S بالمتر مربع $[m^2]$ وكثافة الفيض المغناطيسي بالتسلا[Ts].

3-2-3- الملف وعامل تحريضه الذاتي:



الشكل 3-11



الشكل 3-12

إن التيار المار في موصل (الشكل 3-11) ينشر في الوسط المحيط بالموصل وفي داخل الموصل نفسه مجال (حقل) مغناطيسي. يمكن تحديد اتجاه التيار واتجاه خطوط الحقل المغناطيسي بحسب قاعدة بُزال (برغي) ماكسويل يميني الدوران، فدوران البزال يدل على اتجاه خطوط الحقل المغناطيسي أماحركته المستقيمة تدل على اتجاه التيار. كما يمكن تحديد هاذين الاتجاهين بحسب قاعدة التفاف أصابع اليد اليمنى فإذا وجهنا إبهام اليد اليمنى باتجاه تيار الموصل فالتفاف أصابع هذه اليد حول الموصل يشير إلى اتجاه خطوط الحقل المغناطيسي.

عند مرور التيار في ملفات ملف (وشيعة) يتركز الحقل المغناطيسي بداخل الملف (الشكل 3-12) ويمكن تحديد اتجاه خطوط الحقل المغناطيسي داخل الملف بحسب قاعدة بُزال ماكسويل أيضاً، ولكن في هذه الحالة يشير اتجاه دوران البزال إلى اتجاه التيار في لفات الوشيعة وتقدم حركته المستقيمة إل اتجاه خطوط الحقل المغناطيسي.

إن عدد الخطوط المغناطيسية التي تخترق لفة معينة من لفات الوشيعة قد يختلف عن عدد هذه الخطوط التي تخترق لفة أخرى من نفس الوشيعة (عدد هذه الخطوط يعبر عن كثافة الفيض المغناطيسي) وبالتالي قد يخترق نفس الفيض المغناطيسي جميع لفات الملف أوقد يختلف الفيض بين لفة وأخرى.

فإذا اخترق نفس الفيض المغناطيسي جميع لفات الملف N يكون الفيض المغناطيسي الكلي (التدفق) يساوي:

$$\psi = N \cdot \phi \quad (3\text{-}13)$$

وبشكل عام فأن التدفق المغناطيسي الكلي يساوي:

$$\psi = N_1\phi_1 + N_2\phi_2 + N_3\phi_3 ... = \sum_{k=1}^{n} N_k\phi_k \quad (3\text{-}14)$$

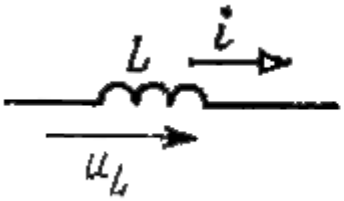
حيث N_1 –عدد اللفات التي يخترها الفيض ϕ_1. و N_2 – عدد اللفات التي يخترها الفيض ϕ_2. وهكذا.

تربط العلاقة الآتية التدفق المغناطيسي الكلي بالتيار:

$$\psi = L \cdot i \quad (3\text{-}15)$$

حيث L– هو عامل تناسب بين التدفق والتيار ويسمى عامل التحريض الذاتي للملف (أو المحاثة أو المحارضة). وهو أهم بارامتر للملف، ويقاس بالهنري: $[H] = \frac{[Wb]}{[A]}$.

يُرمز للملف المثالي (الذي تكون مقاومة أسلاكه مهملة) كما هو مبين في الشكل 3-13.



الشكل 3-13

الشكل 3-14

تكون مواصفات الملف الحقيقي قريبة من مواصفات الملف المثالي ويرمز له بدارة تسلسلية مؤلفة من ملف مثالي L ومقاومة أسلاكه R .

من وجهة نظر الطاقة فأن الملفيقوم بتحويل الطاقة الكهربائية إلى طاقة مغناطيسية (حقل مغناطيسي) أثناء تزايد التيار وبتحويل معاكس أي يحول طاقة الحقل المغناطيسي إلى طاقة كهربائية أثناء هبوط التيار. يحدد مقدار الطاقة المختزنة في الحقل المغناطيسي للملف بالعلاقة التالية:

$$W_M = \frac{Li^2}{2} \quad (3\text{-}16)$$

3-2-4- قانون التحريض الكهرومغناطيسي Electro-Magnetic Induction:

اكتشف فاراداي تجريباً عام 1831 قانون التحريض الكهرطيسي، الذي يربط بين الظواهر الكهربائية والمغناطيسية. ثم قام ماكسويل عام 1873بتطوير هذا القانون وتعميمه.

ينص قانون التحريض الكهرومغناطيسي على الآتي:

إذا اخترق فيض مغناطيسي متغير زمنياً سطح حلقة (سلك) كهربائية تتولد في الحلقة ق.م.ك. تحريضية تساوي لسرعة تغير الفيض المغناطيسي (الشكل 3-15-a):

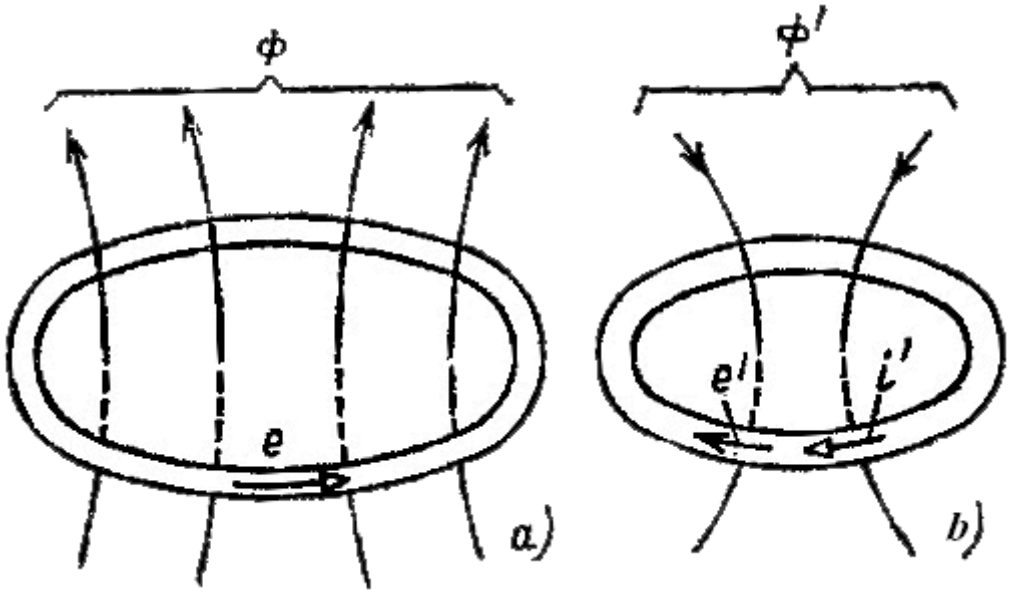
$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (3\text{-}17)$$

وإذا اخترق نفس الفيض المغناطيسي المتغير زمنياً جميع لفات ملف عدد لفاته N، تصبح قيمة القوة المحركة الكهربائية e:

$$e = -N\frac{d\phi}{dt} \quad (3\text{-}18)$$

وبشكل عام (عندما تخترق اللفات تدفقات مختلفة) يُكتب قانون التحريض الكهرطيسيكمايلي:

$$e = -\frac{d\psi}{dt} \quad (3\text{-}19)$$



الشكل 3-15

عند استخدام قانون التحريض الكهرومغناطيسي يجب الأخذ بالحسبان الأمور التالية:

1- إن التدفق المغناطيسي ψ هو التدفق الكامل الذي يخترق الملف أو الحلقة، أي هو ليس فقط التدفق الخارجي بالنسبة للحلقة أو للملف بل التدفق الناتج عن مرور التيار في لفات الملف أو في الحلقة.

2-يتم تغيير التدفق زمنياً أما بتغيير التيار مع بقاء الحلقة غير متحركة، أو بتحريك الحلقة في الحقل المغناطيسي.

3- عند تحديد اتجاه التدفق المغناطيسي واتجاه ق.م.ك. بحسب قاعدة بُزال ماكسويل (الشكل 3-15-a)يجب إضافة إشارة ناقص للقوة المحركة الكهربائية وذلك بحسب العلاقة3-19). أي عند تزايد التدفق المغناطيسي (التفاضل موجب في العلاقة 3-19) وعند الاتجاهات الموجبة للتدفق و ق.م.ك. (بحسب قاعدة البُزال) يكون اتجاه ق.م.ك. بعكس الاتجاه المبين في الشكل 3-15-a، أي كما هو مبين في الشكل 3-15-b. هذه ق.م.ك. $(e'=-e)$تُنشئ تيار i' يتجه بنفس اتجاه e'. هذا التيار ينشئ بدوره فيض مغناطيسي ϕ' يتجه (بحسب قاعدة البُزال) بعكس اتجاه ϕ وتعيق تزايده وذلك بحسب قاعدة لينز (الفيض المغناطيسي ϕ' الناتج عن ق.م.ك. تحريضية يعمل باتجاه معاكسللفيض المحرض ϕ أي معاكس للسبب الذي أدى لحدوثه).

3-2-5- التحريض الذاتي Self Inductance:

إذا نشأ الفيض أو التدفق المغناطيسي الذي يخترق حلقة أو ملف نتيجة لمرور تيار في هذه الحلقة أو في الملف فنسميه فيض (أو تدفق) التحريض الذاتي. وعند تغير التيار يتغير تدفق التحريض الذاتي فينشأ (يتحرض) في نفس الحلقة أو الملف ق.م.ك. تسمى القوة المحركة الكهربائيةالمتحرضة ذاتياً. وتسمى العملية بمجملها–ظاهرة التحريض (الحث) الذاتي.

بحسب قانون التحريض الكهرومغناطيسي فأن القوة المحركة الكهربائية المتحرضة ذاتياً في الملف تساوي:

$$e_L = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L\frac{di}{dt} \quad (3\text{-}20)$$

حيث L–عامل التحريض الذاتي للملف.

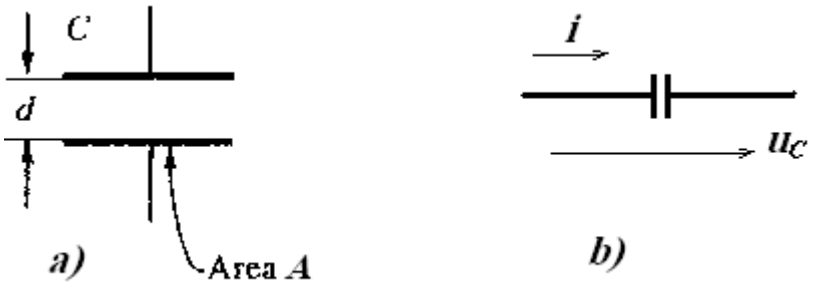
تشير إشارة الناقص هنا أيضاً إلى أن القوة المحركة الكهربائية المتحرضة ذاتياً (بحسب قاعدة لنز) تعيق (تعاكس) السبب الذي أدى لحدوثها، أي تعيق تغيرات التيار.

عند تسليط جهد متناوب u_L على ملف مثالي يكون:

$u_L = -e_L$ (3-21) أي أن $u_L = -L\frac{di}{dt}$

3-2-6- المكثف والسعة Capacitor:

وهو عبارة عن صفيحتين معدنيتين (تشكل لبوسيالمكثف) تفصل بينهما مادة عازل يمكن أن تكون الهواء أو أية مادة أخرى (انظر الشكل 3-16-a) ويستخدم لتخزين الطاقة الكهربائية.



الشكل 3-16

عند تسليط توتر كهربائي على طرفي المكثف تتجمع على أحد لبوسيه شحنات موجبة وعلى اللبوس الأخر تتجمع شحنات سالبة.

إن كمية الشحنة المخزنة في المكثف هي q تتناسب طرداً مع التوتر المسلط على طرفي المكثف:

$$q = C \cdot u \quad (3\text{-}22)$$

حيث C–عامل التناسب بين كمية الشحنة والتوتر ويسمى سعة المكثف وتقاس بالفاراد F($1F = \frac{1C}{V} = \frac{1A \cdot s}{V}$).

تكون الضياعات في المكثف صغيرة جداً ومهملة، أي يمكن اعتبار المكثف عنصر سعوي يرمز له كما هو مبين في الشكل 3-16-b.

يعتبر المكثف خزاناً للطاقة حيث يقوم بتحويل الطاقة الكهربائية إلى طاقة حقل كهربائي أثناء تزايد التوتر u_C ويقوم بعملية عكسية–يحول طاقة الحقل الكهربائي إلى طاقة كهربائيةأثناء تناقص التوتر u_C.

تُحدد الطاقة المختزنة في الحقل الكهربائي للمكثف بالعلاقة التالية:

$$W = \frac{C \cdot u_C^2}{2} \quad (3\text{-}23)$$

عند حدوث تغير في قيمة التوتر يتغير توزع الشحنات على اللوبسين ويرافق حركة الشحنات أثناء إعادة توزيعها مرور تيار كهربائي:

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt} \quad (3\text{-}24)$$

نحدد التوتر على طرفي المكثف بمكاملة العلاقة (3-24):

$$(3\text{-}25)\, u_C = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i dt$$

عند t=0 يكون $u_C(0) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0} i dt$ ، أي أن التوتر على طرفي المكثف في اللحظة الزمنية t يتعلق بالتوتر الذي كان على طرفي المكثف قبل اللحظة الزمنية t=0:

$$(3\text{-}26)\, u_C = \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i dt + u_C(0)$$

إذا كان المكثف فارغاً قبل بداية تغير التوتر، فأن $u_C(0) = 0$ فتصبح العلاقة (3-26) كالآتي:

$$(3\text{-}27)\, u_C = \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i dt$$

3-3- قوانين كيرشوف لدارات التيار المتناوب (الجيبي):

3-3-1- ميزات دارات التيار المتناوب:

تختلف دارات التيار المتناوب–من حيث العمليات الفيزيائية التي تحصل بداخلها–عن دارات التيار المستمر. فالحقل المغناطيسي الناتج عن التيار المتناوب والمتغير زمنياً ينشئ ق.م.ك. متحرضة ذاتياً في الملفات، أما تغيرات الحقل الكهربائي فتنتج تيارات شحن وتفريغ المكثفات.هذه التيارات و القوى المحركة الكهربائية يجب أن تؤخذ بالحسبان عند حساب وتحليل دارات التيار المتناوب، مما يزيد الحسابات تعقيداً.

في دارات التيار المستمر تتحول الطاقة الكهربائية إلى حرارة. أما في دارات التيار المتناوب فبالإضافة لتحويل الطاقة الكهربائية إلى حرارية يحصل تخزين للطاقة على شكل حقول مغناطيسية وكهربائية. أي بالإضافة لوجود المقاومة R، تتصف دارات التيار المتناوب بإحتوائها على ملفاتL ومكثفاتC تتعلق قيم مفاعلاتها (مقاوماتها) التحريضية والسعوية بالتردد، كما تتصف بظهور ظواهر ومفاهيم أخرى غير موجودة في دارات التيار المستمر مثل: انحراف الطور (الصفحة) والطنين والاستطاعة الردية ...الخ.

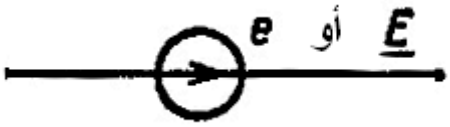
تستخدم الطريقة العقدية لحساب دارات التيار المتناوب وبفضل هذه الطريقة تستخدم بدرجة كبيرة نفس مفاهيم وطرق حساب دارات التيار المستمر لحساب دارات التيار المتناوب أيضاً ولكن بشكل عقدي.

3-3-2- الاتجاهات الموجبة للتيارات والتوترات في دارات التيار المتناوب:

في دارات التيار المتناوب تتغير اتجاهات التيارات والتوترات مرتين خلال الدور الواحد، ولكن من الضروري إعطاءها اتجاهات محددة من أجل إجراء الحسابات اللازمة لتلك الدارات ووضع

المعادلات لها بحسب قوانين كيرشوف. لذلك تؤخذ اتجاهات التيارات بشكل اختياري كما هو الحال في دارات التيار المستمر، وبعد إجراء الحسابات بالطريقة العقدية يمكن تحديد الاتجاهات الموجبة المطابقة للحظة زمنية معينة (عندما يكون $i > 0$).

يتم اختيار الاتجاه الموجب للتوترات على العناصر غير الفعالة بحيث تتطابق مع اتجاه التيارات (انظر الشكل 3-13و 3-16)، أما اتجاه ق.م.ك. فيبين بواسطة السهم كما في الشكل 3-17.

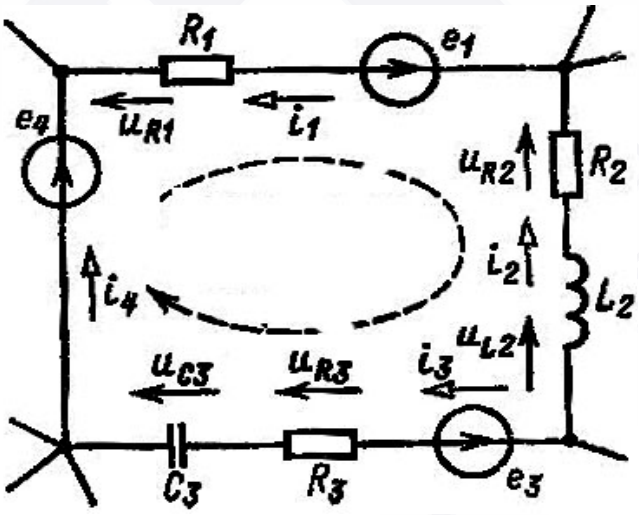


الشكل 3-17

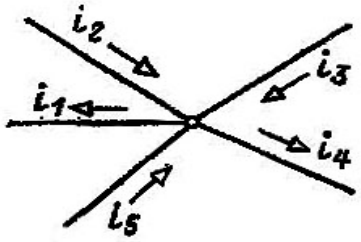
أما زاوية الطور الابتدائية فيجب أن تكون معروفة عند هذه الاتجاهات الموجبة.

عند عكس الاتجاه تتغيير زاوية الطور الابتدائيةللتيار أو ق.م.ك بمقدار 180°.

3-3-3- قانوني كيرشوف للقيم اللحظية:



الشكل 3-18



الشكل 3-19

إن قانوني كيرشوف اللذان تم دراستهما سابقاً لدارات التيار المستمر صالحان للقيم اللحظية لتيارات وتوترات دارات التيار المتناوب أيضاً.

فقانون كيرشوف الأول ينص على الآتي:

المجموع الجبري لقيم التيارات اللحظية في عقدة ما من دارة كهربائية يساوي الصفر:

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0 \quad (3\text{-}28)$$

حيث n– عدد الفروع المتصلة مع العقدة.

نكتب قانون كيرشوف الأول للعقدة المبينة في الشكل 3-18:

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 + i_5 = 0$$

ينص قانون كيرشوف الثاني للقيم اللحظية على:

المجموع الجبري للتوترات على مقاومات وملفات ومكثفات حلقة كهربائية ما فيلحظة زمنية معينةيساوي للمجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية لهذه الحلقة في نفس اللحظة الزمنية.

$$\sum_{k=1}^{n} u_k = \sum_{p=1}^{m} e_p \quad (3\text{-}29)$$

حيث k–الرقم المتسلسل للتوتر. p– الرقم المتسلسل للق.م.ك. n–مجموع عدد عناصر الحلقة (مقاومات، ملفات ومكثفات). m– عدد القوى المحركة الكهربائية في الحلقة.

للحلقة المبينة في الشكل 3-19نختار الاتجاهات الموجبة لمختلف القيم ونكتب لها قانون كيرشوف الثاني للقيم اللحظية بحسب المسار المحدد (باتجاه عقارب الساعة):

$$-u_{R1} - u_{R2} - u_{L2} + u_{R3} + u_{C3} = e_1 - e_3 + e_4$$

حيث: $u_R = Ri; u_L = L\frac{di}{dt}; u_C = \frac{1}{C}\int idt$.

من هنا نلاحظ بأن قانون أوم لقيم التيار والتوتر اللحظية يصلح فقط للمقاومات: $i = \frac{u}{R}$.

3-3-4- قانوني كيرشوف بالشكل العقدي:

رأينا سابقاً في الفقرة 3-1-5 بأن التوابع الجيبية يمكن أن تمثل بشكل عقدي.

بتحويل العلاقات 3-28 و 3-29 من الشكل اللحظي إلى الشكل العقدي نحصل على قانوني كيرشوف بالشكل العقدي.

قانون كيرشوف الأول: *المجموع الجبري للتيارات العقدية في عقدة من دارة كهربائية يساوي الصفر:*

$$\sum_{k=1}^{n} \underline{I}_k = 0 \quad (3\text{-}30)$$

قانون كيرشوف الثاني: *المجموع الجبري للتوترات العقدية في حلقة يساوي للمجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية العقدية في نفس الحلقة:*

$$\sum_{k=1}^{n} \underline{U}_k = \sum_{p=1}^{m} \underline{E}_p \quad (3\text{-}31)$$

نكتب معادلة التيارات للعقدة المبينة في الشكل 3-18 بالطريقة العقدية بحسب قانون كيرشوف الأول:

$$-\underline{I}_1+\underline{I}_2+\underline{I}_3-\underline{I}_4+I_5=0$$

نكتب معادلة التوترات و ق.م.ك. للحلقة المبينة في الشكل 3-19 بالشكل العقدي بحسب قانون كيرشوف الثاني:

$$-\underline{U}_{R1}-\underline{U}_{R2}-\underline{U}_{L2}+\underline{U}_{R3}+\underline{U}_{C3}=\underline{E}_1-\underline{E}_3+\underline{E}_4$$

حيث: $\underline{U}_C,\underline{U}_L,\underline{U}_R$ –القيم الفعالة العقدية للتوتر على أطراف العناصر $C،L,R$.

3-4- دارات التيار المتناوب أحادية الطور

Single Phase Alternating Current Circuits:

3-4-1-دارة مقاومة أومية صرفة:

عند تسليط توتر جيبي $u=U_m\sin(\omega t+\psi_u)$ على مقاومة أومية بحتة R (انظر الشكل 3-20-a)

نحصل بحسب قانون أوم للقيم اللحظية على:

$$i=\frac{U_m\sin(\omega t+\psi_u)}{R}=I_m\sin(\omega t+\psi_i) \quad (3\text{-}32)$$

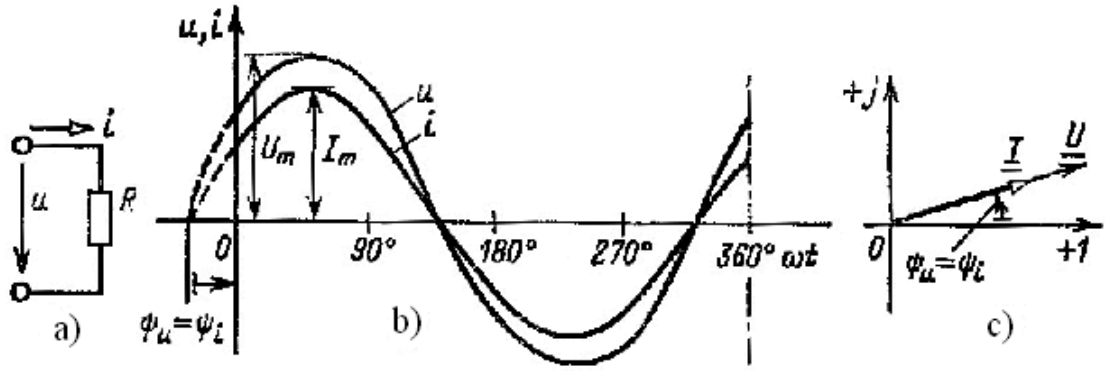
القيمة العظمى للتيار (المطال) تساوي:

$$I_m=\frac{U_m}{R} \quad (3\text{-}33)$$

من (3-32) نستنتج بأن التيار يتغير كالتوتر بشكل جيبي أيضاً.

إذا قسمنا طرفي العلاقة (3-33) على $\sqrt{2}$ نحصل على علاقة للقيم الفعالة:

$$I=\frac{U}{R} \quad (3\text{-}34)$$



الشكل 3-20

من (3-32) نستنتج بأن:

$$\psi_i = \psi_u$$

وبالتالي فأن زاوية فرق الطور بين التيار والتوتر تساوي الصفر:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$$

يبين الشكل 3-20-c,b مخطط القيم اللحظية u و i والمخطط الشعاعي.

بتحويل القيم اللحظية لكل من u و i إلى الشكل العقدي نحصل على:

$$\underline{U} = Ue^{j\psi_u}, \underline{I} = Ie^{j\psi_i}$$

بقسمة $\underline{U}$ على $\underline{I}$ نجد:

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = \frac{U}{I}e^{j(\psi_u - \psi_i)} = \mathrm{Re}^{j0} = R$$

من هنا نستنتج بأن قانون أوم العقدي للمقاومة الأومية البحتة هو:

$$\underline{U} = R\underline{I} \quad (3\text{-}35) \quad \text{و} \quad \underline{I} = \frac{\underline{U}}{R}$$

مثال 3-4

سُلط توتر جيبي $u = 310\sin(\omega t + 30^o)V$ على مقاومة أومية صرفة 10Ω. والمطلوب تحديد قيمة التيار التي يشير إليها مقياس الأمبير (الذي يقيس القيمة الفعالة)، وكتابة القيمة اللحظية للتيار.

الحل:

القيمة الفعالة للتوتر:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{310}{\sqrt{2}} = 220V$$

القيمة العقدية للتوتر:

$$\underline{U} = Ue^{j\psi_u} = 220e^{j30^o}V$$

بحسب قانون أوم فأن القيمة الفعالة العقدية للتيار هي:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{220}{10}e^{j30^o} = 22e^{j30^o}A$$

إن قراءة مقياس الأمبير تساوي لمطال القيمة الفعالة العقدية. أي أن مقياس الأمبير يشير إلى القيمة 22A.

والقيمة اللحظية للتيار هي:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = 22\sqrt{2}\sin(\omega t + 30^o)A$$

3-4-2-دارة تحريضية (ملف صرف):

إذا سلطعلى ملفتحريضي توتر جيبي $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ (الشكل 3-21-a)، فأن قيمة التيار تتحدد من العلاقة(3-21):

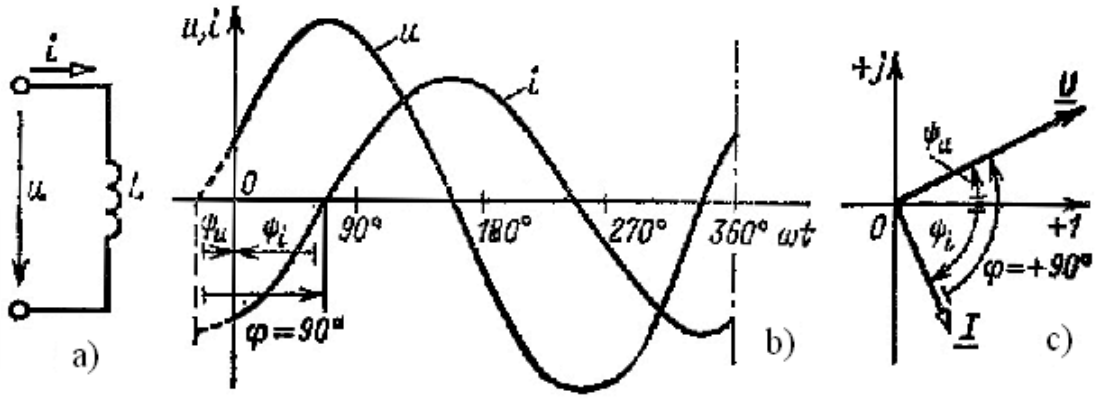
$$di = \frac{1}{L} u dt \quad (3\text{-}36)$$

بمكاملة(3-36) نجد:

$$i = \frac{1}{L}\int U_m \sin(\omega t + \psi_u) dt + A = \frac{U_m}{\omega L}[-\cos(\omega t + \psi_u) + A] =$$

$$= \frac{U_m}{\omega L}\sin(\omega t + \psi_u - 90^o) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \quad (3\text{-}37)$$

ثابت التكامل يساوي الصفر(A=0)، لأن التيار يجب أن يكون جيبي، أي يجب أن لايحتوي على مركبة ثابتة.



الشكل 3-21

من (3-37) نجد بأن القيمة العظمى للتيار هي:

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L} \quad (3\text{-}38)$$

والفعالة:

$$I = \frac{U}{\omega L} \quad (3\text{-}39)$$

نلاحظ من العلاقتين السابقتين بأن للمقدار ωL عملاً يشبه عمل المقاومة ويسمى بالمفاعلة التحريضية ويرمز له بالرمز X_L ويقاس بواحدة قياس المقاومة نفسها [Ω].

فيزيائياً قيمة هذه المفاعلة ترتبط بالقوة المحركة الكهربائية المتحرضة ذاتياً في الملف، والتي تزداد بزيادة L وبسرعة تغير التيار، أي التردد f. لذلك فأن:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \quad (3\text{-}40)$$

من (3-37) نستنتج أيضاً بأن الزاوية الابتدائية للتيار هي: $\psi_i = \psi_u - 90^o$، وبالتالي فأن زاوية فرق الطور بين التوتر والتيار تساوي:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 90^o \quad (3\text{-}41)$$

أي أن التيار في الملف التحريضي الصرف يتأخر عن التيار بمقدار 90°.

يبين الشكل 3-21-c,b مخطط القيم اللحظية والمخطط الشعاعي للتيار والتوتر.

بتحويل القيم اللحظية للتوتر والتيار إلى الشكل العقدي وتقسيم التوتر على التيار نجد المفاعلة التحريضية بشكل العقدي:

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = X_L e^{j90^o} = jX_L$$

حيث أن: $e^{j90^0} = \cos 90^o + j\sin 90^o = j$.

إذاً قانون أوم بالشكل العقدي لدارة ملف تحريضي هو:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{jX_L} \quad (3\text{-}42)$$

وهبوط التوتر على المفاعلة التحريضية بالشكل العقدي هي:

$$\underline{U} = jX_L \underline{I} \quad (3\text{-}43)$$

مثال 3-5:

طُبق جهد جيبي $u = 310\sin(314t + 45^o)V$ على ملف عامل تحريضه الذاتي $L = 100mH$.

والمطلوب: إيجاد القيمة الفعالة للتيار وكتابة قيمته اللحظية وكذلك قيمة ق.م.ك. اللحظية والعقدية الناتجة عن التحريض الذاتي. وارسم المخطط الشعاعي.

الحل:

القيمة الفعالة والعقدية للتوتر:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{310}{\sqrt{2}} = 220V$$

$$\underline{U} = \underline{U}_L = Ue^{j\psi_u} = 220e^{j45^o}V$$

المفاعلة التحريضية:

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 31.4\Omega$$

$$jX_L = j31.4\Omega$$

التيار العقدي واللحظيللملف:

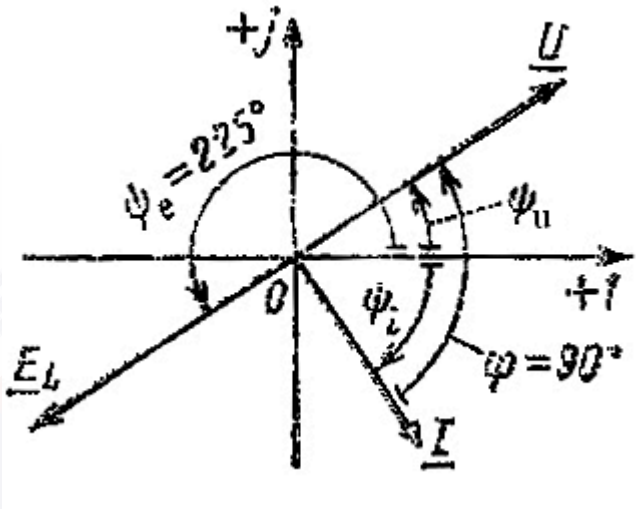
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{jX_L} = \frac{220e^{j45^o}}{j31.4} = \frac{220e^{j45^o}}{31.4e^{j90^o}} = 7e^{-j45^o}A$$

$$i = \sqrt{2}I\sin(\omega t + \psi_i) = \sqrt{2} \cdot 7\sin(314t - 45^o)A$$

قيمة ق.م.ك. التحريض الذاتي:

$$e_L = -u_L = U_m \sin(\omega t + 45^o + 180^o) = 310\sin(314\sin t + 225^o)V$$
$$\underline{E}_L = 220e^{j225^o}V$$

يبين الشكل 3-22 المخطط الشعاعي لدارة هذا الملف.



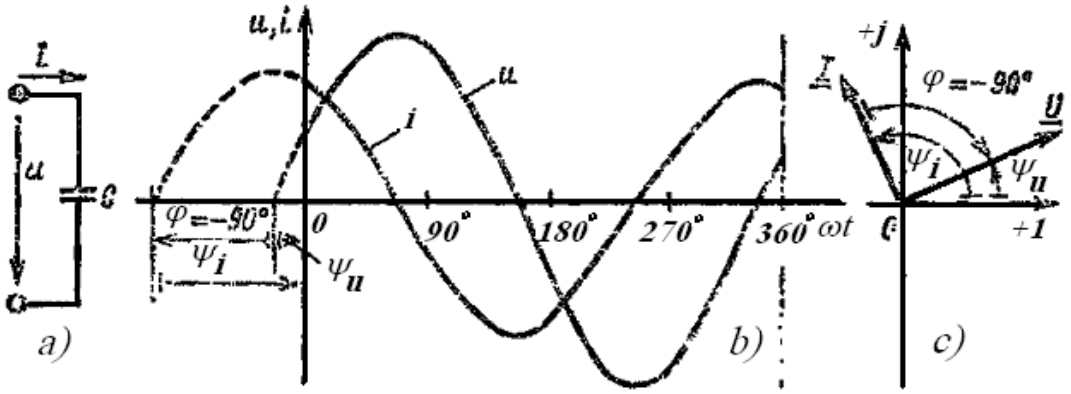
الشكل 3-22

3-4-3- دارة مكثف صرف:

إذا سلطعلىعنصر سعوي (مكثف) توتر جيبي $u_C = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ (الشكل 3-23-a)، فأن تيار الشحن–تفريغ يُحدد من العلاقة التالية:

$$i = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{d[U_m \sin(\omega t + \psi_u)]}{dt} =$$
$$\omega C U_m \cos(\omega t + \psi_u) = \omega C U_m \sin(\omega t + \psi_u + 90^o) = \quad (3\text{-}44)$$
$$= I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

أي أن التيار في جزء الدارة الذي يحتوي على مكثف هو أيضاً جيبي إذا كان التوتر جيبي.



الشكل 3-23

من (3-44) نجد بأن القيمة العظمى للتيار تساوي:

$$I_m = \omega C U_m \quad (3\text{-}45)$$

ومنها نجد القيمة الفعالة للتيار:

$$I = \omega C U \quad (3\text{-}46)$$

إن واحدة قياس مضروب التناسب ωC هي السيمينس[S]:

$$[\omega C] = \frac{1}{s}\frac{C}{V} = \frac{1}{s}\frac{A \cdot s}{V} = \frac{1}{\Omega} = S \quad (3\text{-}47)$$

يُرمز لمقلوب ωC بـ X_C وتسمى المفاعلة السعوية:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (3\text{-}48)$$

وهذا يعني بأن تيار الشحن والتفريغ لايمكن أن يكون لانهائي.

بالعودة للعلاقة (3-44) نحدد قيمة زاوية الطور الابتدائية للتيار ψ_i وزاوية فرق الطور φ بين التوتر والتيار:

$$\begin{aligned} \psi_i &= \psi_u + 90^o \\ \varphi &= \psi_u - \psi_i = -90^o \end{aligned} \quad (3\text{-}49)$$

يبين الشكل 3-23-c,b القيم اللحظية والمخطط الشعاعي للتوتر والتيار.

نحول القيمتين اللحظيتين للتوتر والتيار إلى الشكل العقدي الأسي ونقسم التوتر على التيار فنجد:

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = \frac{U}{I}e^{j(\psi_u - \psi_i)} = X_C e^{-j90^o} \quad (3\text{-}50)$$

وحيث أن $e^{-j90^o} = -j$ فيكون قانون أوم بالشكل العقدي للجزء السعوي من الدارة:

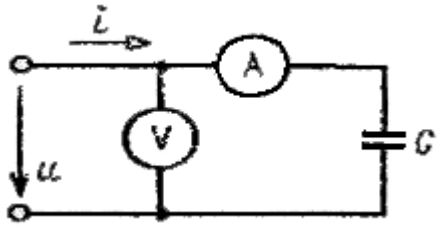
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{-jX_C} \quad (3\text{-}51)$$

وهبوطالتوتر على العنصر السعوي:

$$\underline{U} = -jX_C \underline{I} \quad (3\text{-}52)$$

مثال 3-6:

عند وصل المكثف C إلى شبكة توتر متناوب تردده 50Hz (الشكل 3-24) أشار مقياس الفولت إلى 220V ومقياس الأمبير إلى 2A. والمطلوب تحديد قيمة سعة المكثف C.



الشكل 3-24

الحل:

تشير المقاييس إلى القيم الفعالة، لذلك نحدد قيمة المفاعلة السعوية من قانون أوم:

$$X_C = \frac{U}{I} = \frac{220}{2} = 110\Omega$$

ومنها نحدد قيمة السعة:

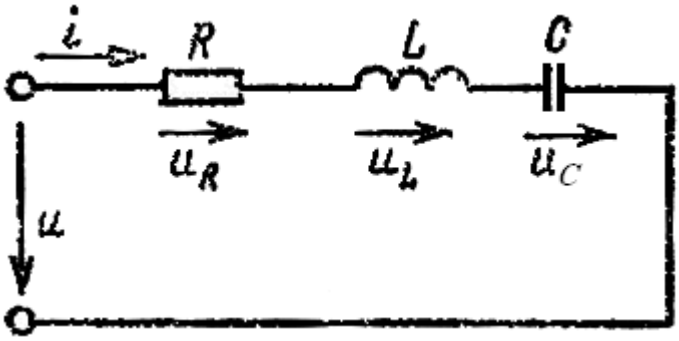
$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 110} = 2.9 \cdot 10^{-5} F$$

3-5- دارات التيار المتناوب التسلسلية:

3-5-1-قانون أوم لدارة تسلسلية مؤلفة من مقاومةR وملفL ومكثفC:

عند تسليط توتر جيبي $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ على الدارة التسلسلية المبينة في الشكل 3-25، يمر في الدارة تيار جيبي: $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$. ويحصل هبوط توتر u_C, u_L, u_R على عناصر الدارة، وبحسب قانون كيرشوف الثاني للقيم اللحظية فأن:

$$u = u_R + u_L + u_C \quad (3\text{-}53)$$



الشكل 3-25

نستبدل القيم اللحظية بقيم عقدية فينتج:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C \quad (3\text{-}54)$$

وقد وجدنا سابقاً بأن:

$$\underline{U}_R = R\underline{I}, \underline{U}_L = jX_L\underline{I}, \underline{U}_C = -jX_C\underline{I}$$

لذلك فأن:

$$\underline{U} = R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} \quad (3\text{-}55)$$

و منها نجد قانون أوم بالشكل العقدي:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R + j(X_L - X_C)} \quad (3\text{-}56)$$

عند حساب دارات التيار المتناوب يمكن اعتبار أي لحظة زمنية هي الزمن الابتدائي (t=0). إذا تغير الزمن الابتدائي تتغير جميع زوايا الطور الابتدائية، ولكن يبقى فرق الطور ثابتاً. وحيث أن لتقدير حالة عمل دارات التيار المتناوب يهمنا فرق الطور، لذلك يمكن اعتبار الزاوية الابتدائية لطور أحدى القيم المتناوبة (للتيار أو للتوتر) تساوي الصفر وحساب فرق الطور بالنسبة لها، وذلك من أجل تبسيط الحسابات.

3-5-2- الممانعة العقدية والكلية لدارة تيار متناوب:

إن مقام العلاقة (3-56) يسمى الممانعة العقدية:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) \quad (3\text{-}57)$$

أما المقدار: $X = X_L - X_C$ فيسمى المفاعلة (الردية).

نكتب علاقة الممانعة (3-57) بالشكل الأسي:

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} \quad (3\text{-}58)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)} \quad (3\text{-}59)$$

يسمى مطال الممانعة العقدية بالممانعة الكليةZ.أما المتغير المستقل الأخر (argument) في العلاقة (3-58) فهو زاوية فرق الطور:

$$\varphi = arctg\frac{X_L - X_C}{R} \quad (3\text{-}60)$$

نعبر عن $\underline{Z}$ بواسطة $\underline{U}$ و $\underline{I}$ وبشكل أوسي:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = \frac{U}{I}e^{j(\psi_u - \psi_i)} \quad (3\text{-}61)$$

من (3-61) نجد:

$$Z = \frac{U}{I} \quad (3\text{-}62)$$

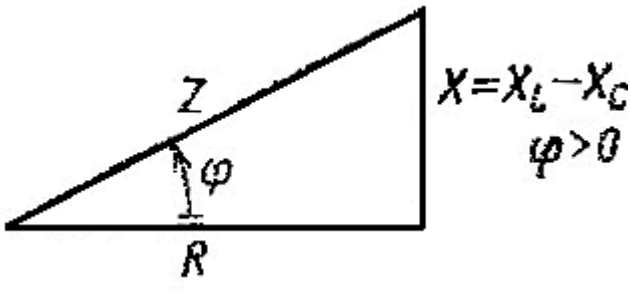
$$\varphi = \psi_u - \psi_i \quad (3\text{-}63)$$

من العلاقتين (3-62) و (3-63) نستنتج الآتي:

1. تتناسب القيمة الفعالة للتيار I في الدارة التسلسلية طرداً مع القيمة الفعالة للتوتر U وعكساً مع مع الممانعة الكلية.

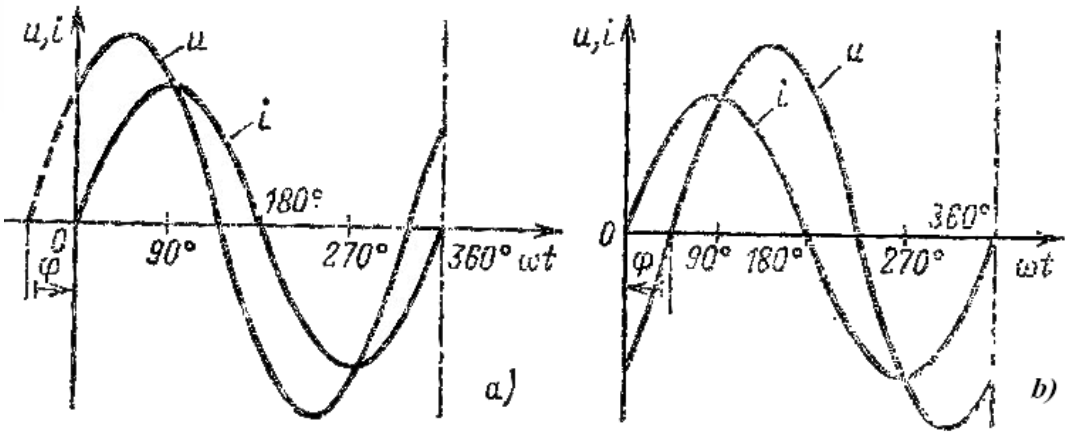
2. إن زاوية فرق الطور φ بين التوتر والتيارتساوي للمتغير المستقل (argument) في الممانعة العقدية (3-58).وتكون زاوية فرق الطور موجبة، أي التيار يتأخر عن التوتر بزاوية $0 < \varphi < 90^o$، إذا كانت $X_L > X_C$ (للدارة خواص أومية–تحريضية). وتكون زاوية فرق الطور سالبة، أي التيار يتقدم عن التوتر بزاوية $0 > \varphi > -90^o$، إذا كانت $X_L < X_C$ (للدارة خواصأومية–سعوية). وعندما $X_L = X_C$ أي $\varphi = 0$ تحصل حالة طنين فتصبح مقاومة الدارة أومية صرفة.

يبين الشكل 3-26 مثلث الممانعات، الذي يسهل حفظ العلاقات (3-59) و (3-60).



الشكل 3-26

3-5-3- المخططات الزمنية للقيم اللحظية والمخطط الشعاعي:



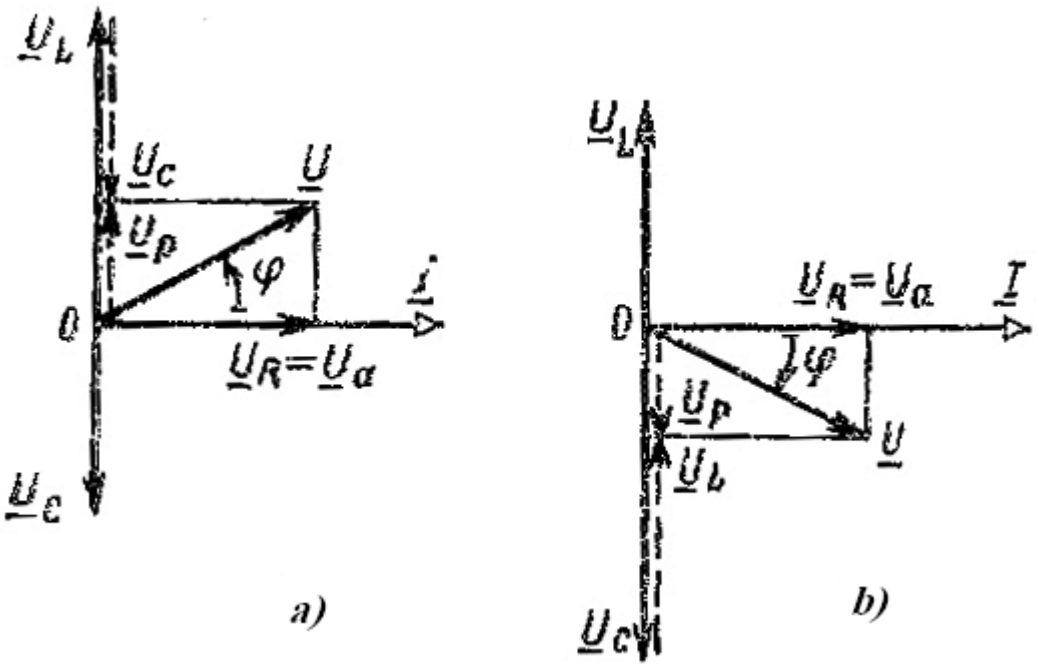
الشكل 3-27

يبين الشكل 3-27-a المخطط الزمني لقيمتي التوتر والتياراللحظيتين لحالة حمل أومي–تحريضي $(X_L > X_C, \varphi > 0)$، والشكل 3-27-b لحالة حمل أومي–سعوي $(X_L < X_C, \varphi < 0)$. ويبين الشكل 3-28-a وb المخططات الشعاعية لنفس الحالتين السابقتين (أُخذت $\psi_i = 0$ في كلتا الحالتين). لقد رُسمت المخططات الشعاعية بحسب قانون كيرشوف الثاني:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C \quad (3\text{-}64)$$

إن شعاع التوتر $\underline{U}_R$ على طرفي المقاومة الأومية يتطابق بالاتجاه مع اتجاه شعاع التيار (فرق الصفحة يساوي الصفر) ويسمى المركبة الفعالة $\underline{U}_a$ لتوتر الدارة الكلي $\underline{U}$، أما التوتر على طرفي الملف $\underline{U}_L$ فيتقدم بزاوية 90° عن التيار، والتوتر على طرفي المكثف $\underline{U}_C$ يتأخر عن التيار بزاوية 90°.

نحصل على التوتر الكلي بجمع الشعاعي للتوترات على أجزاء الدارة. فبجمع $\underline{U}_L$ و $\underline{U}_C$ نحصل على ما يسمى المركبة الردية للتوتر $\underline{U}_P = \underline{U}_L + \underline{U}_C$، التي تتقدم بزاوية 90° عن التيار لحالة $\underline{U}_L > \underline{U}_C$ (الشكل 3-28-a) وتتأخر بزاوية 90° إذا كانت $\underline{U}_L < \underline{U}_C$ (الشكل 3-28-b). ويكون قطر المستطيل ذا الأضلاع $\underline{U}_a$ و $\underline{U}_P$ هو شعاع التوتر الكلي (المشترك) $\underline{U}$.

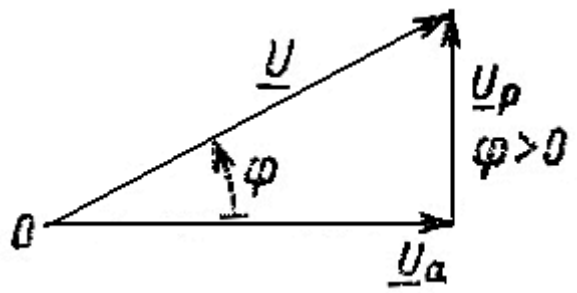


الشكل 3-28

من المخطط الشعاعي المبين في الشكل 3-28 يمكن الحصول على علاقتين لتحديد مطال القيمة الفعالة للتوتر وزاوية فرق الطور بين التوتر والتيار:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$
$$\varphi = arctg\frac{U_L - U_C}{U_R} \quad (3\text{-}65)$$

لتسهيل تذكر وحفظ العلاقتين (3-65) نرسم مثلث التوترات (الشكل 3-29)، حيث منه يمكن بسهولة استنتاج (3-65).



الشكل 3-29

مثال 3-7:

للدارة التسلسلية المبينة في الشكل 3-25 لدينا: $X_C = 10\Omega, X_L = 4\Omega, R = 8\Omega$ ، والمطلوب:

تحديد قيمة تيار الدارة، وهبوط التوتر على طرفي كل عنصر من عناصر الدارة، وزاوية فرق الطور بين التوتر الكلي والتيار،ورسم المخطط الشعاعي، مع العلم بأن القيمة الفعالة للتوتر المطبق على الدارة U=220V.

الحل:

$$\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = R + jX = 8 + j(4-10) = 8 - j6 = 10e^{-j36^o52'}\Omega$$

تيار الدارة:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{220}{10e^{-j36^o52'}} = 22e^{j36^o52'}A$$

بما أن الزاوية الابتدائية للتوتر غير معطاة اعتبرناها تساوي الصفر، ونحدد هبوطات التوتر على العناصر كما يلي:

$$\underline{U}_R = R\underline{I} = 8.22e^{j36^o52'} = 176e^{j36^o52'}V$$

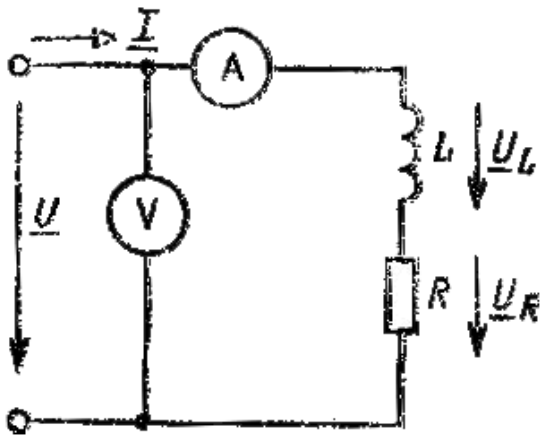
$$\underline{U}_L = jX_L\underline{I} = j4\cdot 22e^{j36^o52'} = 88e^{j36^o52'}e^{j90} = 88e^{j126^o52'}V$$

$$\underline{U}_C = -jX_C\underline{I} = -j10\cdot 22e^{j36^o52'} = 220e^{j36^o52'}e^{-j90^o} = 220e^{-j53^o8'}$$

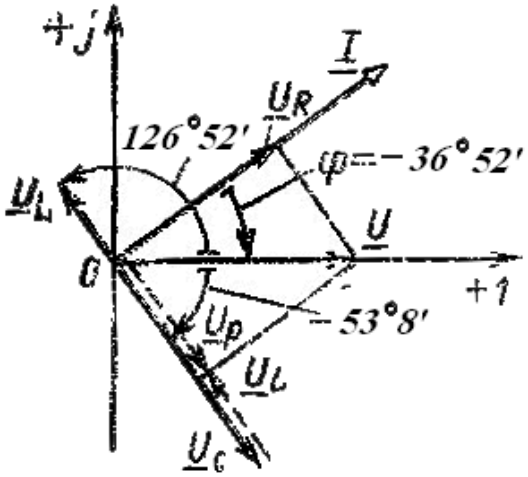
وزاوية فرق الطور بين التوتر والتيار تساوي:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - 36^o52'$$

يبين الشكل 3-30 المخطط الشعاعي للدارة السابقة.



الشكل 3-31



الشكل 3-30

مثال 3-8:

لدارة التيار المتناوب المبينة في الشكل 3-31 لدينا: f=50Hz وقراءة مقاييس القيم الفعالة هي: $U = 220V, I = 25A$، والمقاومة الأومية الصرفة للملف تساوي $R = 4.4\Omega$. والمطلوب تحديد عامل التحريض الذاتي للملف L وزاوية فرق الطور بين التوتر والتيار، ورسم المخطط الشعاعي.

الحل:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{25} 8{,}8\Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{8.8^2 - 4.4^2} = 7.62\Omega$$

$$\varphi = arctg\frac{X_L}{R} = arctg\frac{7.62}{4.4} = 60^o$$

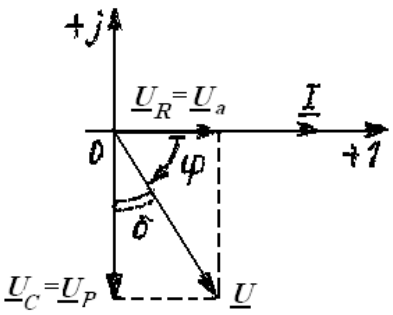
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{7.62}{2\pi \cdot 50} = 24.3mH$$

$$U_R = RI = 4.4 \cdot 25 = 110V$$

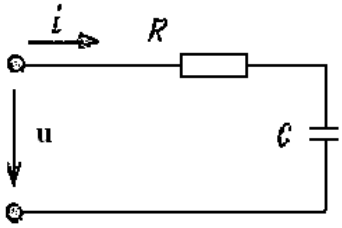
$$U_L = X_L I = 7.62 \cdot 25 = 190.5V$$

لرسم المخطط الشعاعي نعتبر بأن زاوية الطور الابتدائية للتيارتساوي الصفر. ونرسم بمقياس رسم مختار m_I شعاع التيار ثم نرسم الشعاع $\underline{U}_R$ مطابقاً بالزاوية لشعاع التيار، أما الشعاع $\underline{U}_L$ فيتقدم عن شعاع التيار بزاوية قدرها 90°. نرسم شعاع التوتر الكلي: $\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L$ (الشكل 3-32).

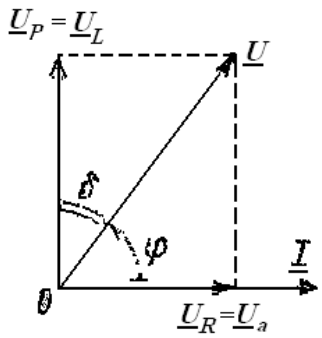
يتم اختيار مقياس رسم مناسب m_u لرسم التوترات.



الشكل 3-34



الشكل 3-33



الشكل 3-32

مثال 3-9:

وصلت دارة مؤلفة من مقاومة قيمتها $R=12\Omega$ ومكثف سعته $99.5\mu F$ إلى شبكة تيار متناوب ترددها $100Hz$(الشكل 3-33). والمطلوب: تحديد القيمة اللحظية لتوتر الشبكة، ورسم المخطط الشعاعي. مع العلم بأن القيمة الفعالة للتيار هي I=5A.

الحل:

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\pi\cdot 100\cdot 99.5\cdot 10^{-6}}=16\Omega$$

ممانعة الدارة العقدية:

$$\underline{Z}=R-jX_C=12-j16=20e^{-j53^o8'}$$

ومنها فأن زاوية فرق الطور بين التوتر والتيار تساوي:

$$\varphi=-53^o8'$$

توتر الشبكة العقدي:

(نعتبر بأن زاوية الطور الابتدائية للتيار تساوي الصفر)

$$\underline{U}=\underline{Z}\cdot\underline{I}=20e^{-j53^o8'}\cdot 5e^{j0}=100e^{-j53^o8'}V$$

بالانتقال من الشكل العقدي للتوتر إلى الشكل اللحظي نجد:

$$u=100\sqrt{2}\sin(\omega t-53^o8')V$$

لرسم المخطط الشعاعي نحسب:

$$\underline{U}_R=R\underline{I}=12.5e^{j0}=60V;$$

$$\underline{U}_C=-jX_C\underline{I}=16e^{-j90^o}\cdot 5e^{j0}=80e^{-j90^o}V$$

أسئلة ومسائل غير محلولة:

1.اكتب علاقتي تحديد قيمة المفاعلة التحريضية والسعوية.

2.اكتب بالشكل العقدي علاقتي تحديد المفاعلة التحريضية والسعوية.

3.اكتب العلاقة العقدية لممانعة دارة تسلسلية مؤلفة من مقاومة R وملف L ومكثف C.

4.اكتب علاقتي الممانعة الكلية وزاوية فرق الطور لدارة تسلسلية مؤلفة من مقاومة R وملف L ومكثف C.

5.اكتب قانون أوم بالشكل العقديلدارة تسلسلية مؤلفة من مقاومة R وملف L ومكثف C.

6.لدارة تيار متناوب تسلسلية مؤلفة من ملف مقاومته $R = 24\Omega$ وعامل تحريضه الذاتي $L = 76.43mH$ ومن مكثف سعته $C = 398.1\mu F$ لدينا: $U = 220V, f = 50Hz$، والمطلوب:

-تحديد قيمة تيار الدارة، وزاوية فرق الطور بين التوتر والتيار، وقيمة التوترات على طرفي الملف وعلى طرفي المكثف.

-رسم المخطط الشعاعي في المستوي العقدي.

الجواب: $\underline{U}_C = 61e^{-j123^o40'}V, \underline{U}_K = 259e^{j11^o20'}V, \varphi = 33^o40', \underline{I} = 7.63e^{-j33^o40'}$.

7. في دارة تيار متناوب تسلسلية مؤلفة من مقاومة ومكثف وترددها $f = 50Hz$ أشارت المقاييس إلى القراءات التالية: $\varphi = -45^o, I = 2A, U = 380V$. والمطلوب: تحديد قيمتي R و C. ورسم المخطط الشعاعي.

الجواب: $C = 23.63\mu F, R = 134.75\Omega$.

8. لدارة تيار متناوب تسلسلية مؤلفة من ملف مقاومته $R = 2\Omega$ وعامل تحريضه الذاتي $L = 3.18mH$ وترددها $f = 50Hz$ مطلوب تحديد قيمة تيار الدارة وزاوية فرق الطور.

الجواب: $\varphi = 26^o30', I = 16A$.

3-5-4- ظل زاوية الضياعات، عامل الجودة للملف وللمكثف:

يتألف الملف الحقيقي من ملف تحريضي ومقاومته الأومية (الشكل 3-31)، هذه المقاومة تتسبب بضياعات في الملف. في هكذا ملف يتأخر التيار عن التوتر بزاوية (انظر الشكل 3-32) تسمى الزاوية المتممة φ إلى 90° بزاوية الضياعات Δ (تزداد قيمة Δ مع ازدياد قيمة المقاومة R واستطاعة الضياعات فيها RI^2). من الشكل 3-32 نجد:

$$tg\,\Delta = \frac{U_a}{U_p} = \frac{R}{\omega L} \quad (3\text{-}66)$$

يسمى معكوس القيمة $tg\,\Delta$ بجودة الوشيعة (الملف):

$$Q_L = \frac{1}{tg\,\Delta} = \frac{\omega L}{R}$$

إذا لزم حساب الضياعات في الملف، فيمكن تمثيله أيضاً بالدارة المكافئة المبينة في الشكل 3-33. في هذه الدارة التيار يتقدم عن الجهد بزاوية $|-\varphi|$ (انظر الشكل 3-34). إن الزاوية المتممة حتى 90° هي زاوية الضياعات Δ:

$$tg\,\Delta = \frac{U_a}{U_p} = R\omega C \qquad (3\text{-}67)$$

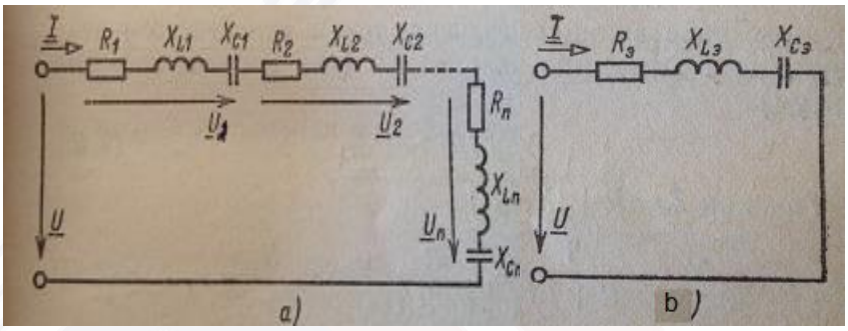
وعامل جودة المكثف يساوي:

$$Q_C = \frac{1}{tg\,\Delta} = \frac{1}{R\omega C}$$

3-5-5- الحالة العامة لوصل الممانعات العقدية على التسلسل:

في حالة الوصل التسلسلي للعناصر (الشكل 3-35-a) يكون التوتر الكلي العقدي يساوي لمجموع التوترات العقدية على جميع العناصر:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + ... + \underline{U}_n = \underline{Z}_1\underline{I} = \underline{Z}_2\underline{I} + ... + \underline{Z}_n\underline{I} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + ... + \underline{Z}_n)\underline{I}$$



الشكل 3-35

نرمز للعبارة التي ضمن قوسين بـ $\underline{Z}_{eq}$:

$$\underline{Z}_{eq} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + ... + \underline{Z}_n = \sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k \quad (3\text{-}68)$$

حيث: $\underline{Z}_k = R_k + j(X_{Lk} - X_{Ck})$

نجمع المقاومات والمعاوقات ذات نفس النوعية:

$$\underline{Z}_{eq} = (R_1 + R_2 + ... + R_n) + j[(X_{L1} + X_{L2} + ... + X_{Ln}) - (X_{C1} + X_{C2} + ... + X_{Cn})] \quad (3\text{-}69)$$

نرمز بـ:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + ... + R_n;\ X_{Leq} = X_{L1} + X_{L2} + ... + X_{Ln};\ X_{Ceq} = X_{C1} + X_{C2} + ... + X_{Cn}$$

فتصبح العلاقة (3-69) على الشكل التالي:

$$\underline{Z}_{eq} = R_{eq} + j(X_{Leq} - X_{Ceq}) \quad (3\text{-}70)$$

الدارة المكافئة والمطابقة للعلاقة (3-70) مبينة على الشكل 3-35-b.

مما سبق نستنتج:

1- تجمع المقاومات في الدارة التسلسلية جمعاً جبرياً ،كما تجمع المفاعلاتالتحريضية جبرياً والمفاعلات السعوية تجمع مع بعضها جمعاً جبرياً أيضاً.

2- بواسطة التحويلات المتكافئة تصبح الدارة التسلسلية مؤلفة من ثلاثة عناصر ذات البارامترات: C_{eq}, L_{eq}, R_{eq} .

3- حيث أن $X_L = \omega L$ ، فأن $L_{eq} = L_1 + L_2 + ... + L_n$ ، أي تجمع عوامل التحريض الذاتي في الدارة التسلسلية جمعاً جبرياً.

4- بما أن $X_C = \frac{1}{\omega C}$ ، يكون $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$ ، أي في الدارة التسلسلية تجمع معكوسات السعات.

5- إذا اختفى عنصر ما من الدارة فنعتبر ممانعته تساوي الصفر.

3-6-السماحيةالكهربائية لدارات التيار المتناوب الجيبي:

3-6-1-السماحية والناقلية والمسايرة العقدية:

يوجد لدارات التيار المتناوب –بشكل مشابه لدارات التيار المستمر– مفهوم الناقلية.

نسمي نسبةالقيمةالفعالة العقدية للتيار إلى القيمة الفعالة للتوتر العقدي (أو نسبة القيمة العظمى للتيار العقدي إلى القيمة العظمى للتوتر العقدي) بالسماحية، أي أن السماحية هي مقلوب الممانعة:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{\underline{Z}} \quad (3\text{-}68)$$

وحيث أن $\underline{Z} = R + jX$ ، فأن:

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j\frac{X}{R^2 + X^2} \quad (3\text{-}69)$$

نسمي الجزء الحقيقي من السماحية بالناقليةG:

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} \quad (370)$$

نلاحظ أن الناقلية في دارات التيار المتناوب تختلف عن الناقلية في دارات التيار المستمر وتتعلق ليسفقط بقيمة المقاومة R بل بقيمة المفاعلة X .

نسمي الجزء التخيلي من السماحية بالمسايرة B:

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2} \quad (3\text{-}71)$$

نلاحظ كذلك بأن المسايرة تتعلق بقيمة المفاعلة وبقيمة المقاومة.

بما أن المفاعلة تساوي $X = X_L - X_C$ ، فأن:

$$B = \frac{X}{Z^2} = \frac{X_L}{Z^2} - \frac{X_C}{Z^2} = B_L - B_C \quad (3\text{-}72)$$

حيث:

$$B_L = \frac{X_L}{Z^2} \quad (3\text{-}73)$$

هي المسايرة التحريضية و

$$B_C = \frac{X_C}{Z^2} \quad (3\text{-}74)$$

هي المسايرة السعوية.

3-6-2- مطال وزاوية السماحية العقدية:

من العلاقة (3-69) نكتب السماحية على الشكل الآتي:

$$\underline{Y} = G - jB \quad (3\text{-}75)$$

أو بالشكل الأسي:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Ze^{j\varphi}} = \frac{1}{Z}e^{-j\varphi} = Ye^{-j\varphi} \quad (3\text{-}76)$$

تسمى

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} \quad (3\text{-}77)$$

بمطال السماحية. و

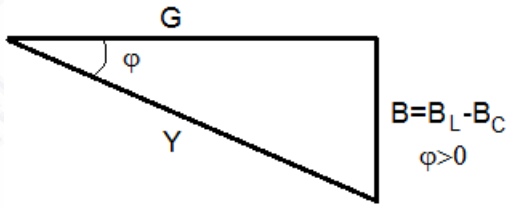
$$\varphi = arctg\frac{B}{G} = arctg\frac{B_L - B_C}{G} \quad (3\text{-}78)$$

زاوية السماحية (زاوية فرق الطور).

نكتب العلاقة (3-68) بالشكل الأسي:

$$Ye^{-j\varphi} = \frac{Ie^{j\psi_i}}{Ue^{j\psi_u}} = \frac{I}{U}e^{-j(\psi_U - \psi_i)} \quad (3\text{-}79)$$

يمكن ببساطة الحصول على العلاقتين (3-77) و (3-78) من المثلث الآتي:



الشكل 3-36

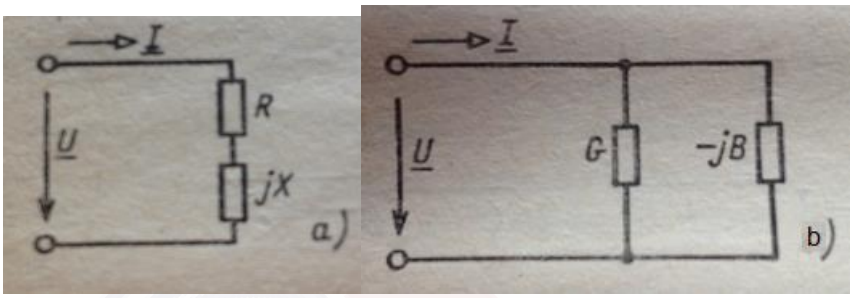
من العلاقة (3-68) نكتب قانون أوم باستخدام السماحية العقدية:

$$\underline{I} = \underline{Y}\underline{U} \quad (3\text{-}80)$$

ومن العلاقتين (3-70) و (3-71) نحدد علاقة المقاومة والمفاعلة بالناقليةوالسماحية والمسايرة:

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{Y^2}; \qquad X = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{B}{Y^2} \quad (3\text{-}81)$$

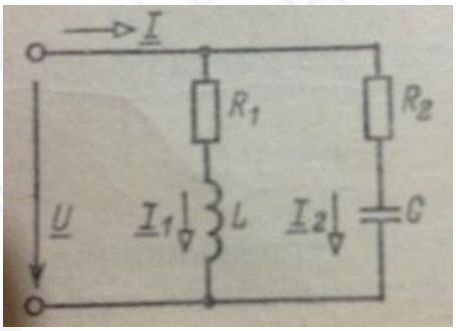
لذلك فأن الدارة المكافئة للدارة التسلسلية للممانعة $\underline{Z} = R + jX$ المبينة في الشكل (a-37-3) هي دارة تفرعيةللسماحية $\underline{Y} = G - jB$، كما هي مبينة في الشكل b-37-3.



الشكل 37-3

3-7-الوصل التفرعي:

3-7-1-علاقات السماحية:



الشكل 3-82

لندرس على سبيل المثال دارة ذات فرعين موصلين على التسلسل ولها البارامترات R_1, L و R_2, C (الشكل 3-38)، من قانون كيرشوف الأول نجد:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \quad (3\text{-}82)$$

نكتب قانون أوم لكل تيار ثم نضع قيم هذه التيارات في (3-82):

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}; \quad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1}; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2}$$

$$\frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2}$$

ومنها نجد:

$$(3\text{-}83)\, Z = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

إن العلاقة (3-83) شبيهة تماماً بالعلاقة (2-49) لدارات التيار المستمر.

وبما أن $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$، تصبح علاقة السماحية العقدية على الشكل الآتي:

$$(3\text{-}84)\, \underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$$

شبيهة أيضاً بعلاقة الناقلية (2-48) لدارات التيار المستمر التفرعية.

نعوض قيم $\underline{Y}, \underline{Y}_1, \underline{Y}_2$ بالشكل الجبري فنجد:

$$G - jB = G_1 - jB_L + G_2 + jB_C = (G_1 + G_2) - j(B_L - B_C)$$

بمساواة الجزء الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي نجد أن:

$$G = G_1 + G_2; \quad B = B_L - B_C$$

نكتب $\underline{Y}$ بالشكل الأسي:

$$\underline{Y} = Ye^{-j\varphi}$$

حيثمطال السماحية يساوي:

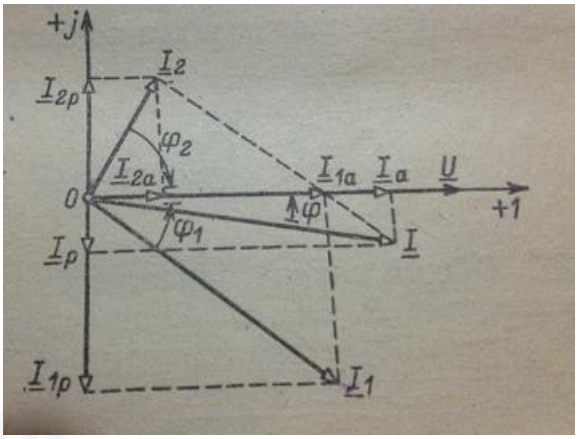
$$(3\text{-}85)\, Y = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 + (B_L - B_C)^2}$$

وزاوية السماحية تساوي:

$$(3\text{-}86)\, -\varphi = -arctg \frac{B_L - B_C}{G_1 + G_2}$$

3-7-2-المخطط الشعاعي. مركبتا التيار الفعالة والرد فعلية. مثلث التيارات:

يُرسمالمخطط الشعاعي للدارات التفرعية انطلاقاً من قانون كيرشوف الأول (3-82). حيث يُوصى بأخذ شعاع التوتر $\underline{U}$ كشعاع أساسي مرجعي (الشكل 3-83)، وتؤخذ زاويته الأبتدائية تساوي الصفر، وذلك لأن في حالة الوصل التفرعي يكون نفس التوتر مطبق على طرفي جميع العناصر الموصلة تفرعياً.



الشكل 3-83

إن التيار $\underline{I}_1$ –في الشكل 3-83 – يتأخر عن التوتر بزاوية $\varphi_1 > 0$ لأنه يمر في فرع له ممانعة أومية–تحريضية. أما ممانعة الفرع الآخر فهي أومية–سعوية وبالتالي يتقدم التيار $\underline{I}_2$ عن التوتر بزاوية $|\varphi < 0|$. أما شعاع التيار الكلي $\underline{I}$ فنحصل عليه بحسب العلاقة (3-82).

نسقط التيار على المحورين الحقيقي والتخيلي، فنحصل على مركبة فعالة تتطابق بالاتجاه مع شعاع التوتر $\underline{I}_a$، ومركبة رد فعلية $\underline{I}_p$ عمودية على شعاع التوتر. من المخطط الشعاعي نستنتج أن:

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{1a} + \underline{I}_{2a}; \quad \underline{I}_P = \underline{I}_{1P} + \underline{I}_{2P}; \quad I = \sqrt{I_a^2 + I_P^2} \qquad (3\text{-}87)$$

من المخطط الشعاعي نلاحظ بأن، بأن المركبة الردية لتيار الفرع الأومي–التحريضي يتأخر عن التوتر بزاوية قدرها 90°، أما المركبة الردية لتيار الفرع الأومي–السعوي فيتقدم عن التوتر بزاوية 90°. كما يمكن أن نلاحظ بأن:

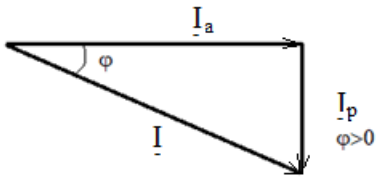
$$I_a = I\cos\varphi, \quad I_p = I\sin\varphi \qquad (3\text{-}88)$$

وحيث أن: $\sin\varphi = \dfrac{X}{Z}, \quad \cos\varphi = \dfrac{R}{Z}, \quad I = \dfrac{U}{Z}$، فيكون

$$I_a = \frac{U}{Z}\frac{R}{Z} = U\frac{R}{Z^2} = GU; \quad I_p = \frac{U}{Z}\frac{X}{Z} = U\frac{X}{Z^2} = BU \qquad (3\text{-}89)$$

أي: نحصل على المركبة الفعالة بضرب التوتر بالناقلية، ونحصل على المركبة الردية بضرب التوتر بالمسايرة.

يبين الشكل 3-84مثلث التيارات.



الشكل 3-84

3-7-3- الحالة العامة لوصل الفروع على التفرع:

إذا احتوت الدارة علىn فرع موصلين على التفرع ولها البارامترات L, R و C كما هو مبين في الشكل 3-85، فبحسب قانون كيرشوف الأول نجد:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + ... + \underline{I}_n \quad (3\text{-}90)$$

وبحسب قانون أوم (3-80) نجد:

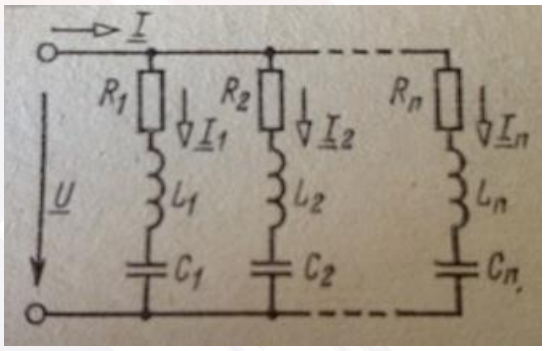
$$\underline{I} = \underline{Y}\underline{U},\ \underline{I}_1 = \underline{Y}_1\underline{U},\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_2\underline{U},\ .....,\ \underline{I}_n = \underline{Y}_n U$$

$$\underline{Y}\underline{U} = \underline{Y}_1\underline{U} + \underline{Y}_2\underline{U} + ... + \underline{Y}_n\underline{U} \Rightarrow$$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + ... + \underline{Y}_n = \sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_k \quad (3\text{-}91)$$

وحيث أن: $\underline{Y}_k = G_k - jB_k$ و $\underline{Y} = G - jB$ ، يكون:

$$G = \sum_{k=1}^{n} G_k, \quad B = \sum_{k=1}^{n} B_k = \sum_{k=1}^{n} B_{Lk} - \sum_{k=1}^{n} B_{Ck} \quad (3\text{-}91)$$

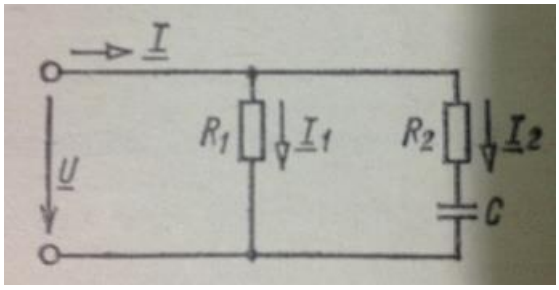


الشكل 3-85

مثال 3-10:

للدارة المبينة في الشكل 3-86 لدينا: $R_1 = 10\Omega,\ R_2 = 8\Omega,\ X_C = 6\Omega,\ U = 127V$.

والمطلوب تحديد التيارين في الفرعين التفرعيين والتيار الكلي، ورسم المخطط الشعاعي، موضحاً عليه المركبة الفعالة والمركبة الرد فعلية.



الشكل 3-86

الحل:

نعتبر بأن الزاوية الإبتدائية للتوتر تساوي الصفر $(\psi_u = 0)$، أي أن:

$$\underline{U} = 127e^{j0^o} = 127V$$

نحدد الممانعات العقدية للفرعين:

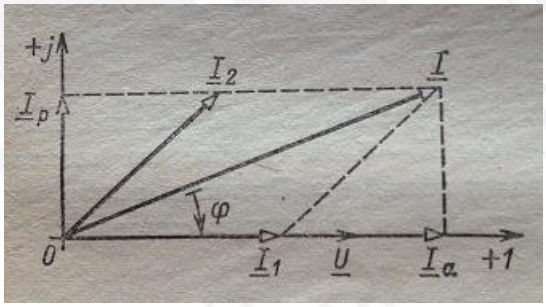
$$\underline{Z}_1 = R = 10e^{j0} = 10\Omega,\ \underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = 8 - j6 = 10e^{-j36^o52'}\Omega$$

والتيارات تساوي:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{127}{10} = 12.7\,A; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{127e^{j0}}{10e^{-j36^o52'}} = 12.7\,e^{j36^o52'}A;$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 12.7 + 12.7e^{j36^o52'} \cong 22.9 + j7.6\,A.$$

لرسم المخطط الشعاعي نختار مقياس رسم مناسب للتوتر والتيار، ونرسم محوري المستوى العقدي ثم نرسم أشعة التوتر والتيارات بحسب مقياس الرسم المختار (الشكل 3-87). يتم إيجاد المركبة الفعالة للتيار بإسقاط التيار الكلي على المحور الحقيقي $I_a = I\cos\varphi$ وتكون متطابقة بالاتجاه مع التوتر، أما المركبة الردية فيتم إيجادها بإسقاط I على المحور التخيلي $I_p = I\sin\varphi$، وتكون عمودية على التوتر.



الشكل 3-87

مثال 3-11:

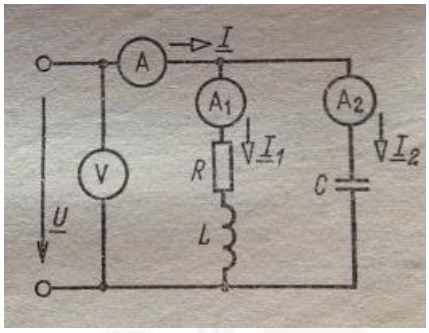
في دارة تيار متناوب جيبي تردده $50Hz$ وصل ملف مع مكثف على التفرع (الشكل 3-88)، وأشارت المقاييس إلى القيم الفعالة التالية: $U = 40V;\ I = 0.13A\ ;I_1 = 0.18A;\ I_2 = 0.115A$، ومقاومة الملف الأومية الصرفة $R = 90\Omega$. والمطلوب تحديد:

1- مفاعلات (ممانعات) الفروع وممانعة الدارة وكذلك السماحية والناقلية والمسايرة للدارة.

2- زاوية فرق الطور بين التوتر والتيار.

3- عامل التحريض الذاتي للملف L وسعة المكثف C.

4- ارسم المخطط الشعاعي.



الشكل 3-88

الحل:

نعتبر بأن زاوية التوتر الابتدائية تساوي الصفر.

$$\underline{U} = Ue^{j\psi_u} = 40e^{j0^o} = 40V$$

الممانعة الكلية للملف:

$$Z_K = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \frac{U}{I_1} = \frac{40}{0.18} = 222.2\Omega$$

مفاعلة الملف:

$$X_L = \sqrt{Z_K^2 - R^2} = \sqrt{222.2^2 - 90^2} = 203.2\Omega$$

زاوية الانحراف في الملف:

$$\varphi_1 = arctg\frac{X_L}{R} = arctg\frac{203.2}{90} \cong 66^o$$

الممانعة العقدية للملف:

$$Z_K = R + jX_L = 90 + j203.2 = 222e^{j66^o}\Omega$$

ممانعة المكثف الكلية تساوي مفاعلته:

$$Z_C = X_C = \frac{U}{I_2} = \frac{40}{0.115} = 347.8\Omega$$

المفاعلة العقدية للمكثف:

$$\underline{Z}_C = -jX_C = -j347.8e^{-j90^o}\Omega$$

أي أن: $\varphi_2 = -90^o$

الممانعة العقدية الكلية للفرعين:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_K \underline{Z}_C}{\underline{Z}_K + \underline{Z}_C} = \frac{222.2e^{j66^o} \cdot 347.8e^{-j90^o}}{90 + j203.2 - j347.8} = 453.3e^{j34}\Omega$$

السماحية العقدية:

$$\underline{Y} = G - jB = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{453.3e^{j34^o}} = 2.21 \cdot 10^{-3} e^{-j34^o} = 1.832 \cdot 10^{-3} - j1.235 \cdot 10^{-3} S$$

أي أن الناقلية تساوي $G = 1.832 \cdot 10^{-3} S$ والمسايرة تساوي $B = +1.235 \cdot 10^{-3} S$.

والتيار العقدي الكلي يساوي:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{40e^{j0}}{453.3e^{j34^o}} = 0.088e^{-j34^o} A$$

وزاوية فرق الطور تساوي:

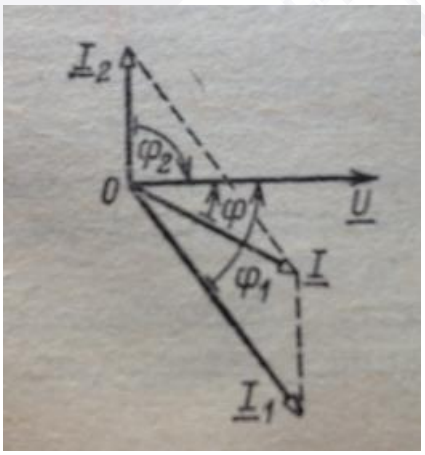
$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - (-34^o) = 34^o$$

نجد عامل التحريض الذاتي وسعة المكثف:

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{203.2}{2\pi \cdot 50} = 0.647H$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 347.8} = 9.156 \cdot 10^{-6} F$$

نختار مقياس رسم مناسب للتوتر m_U وللتيار m_I، ونرسم المخطط الشعاعي (الشكل 3-89). زاوية شعاع التوتر تساوي الصفر لذلك فهو ينطبق على المحور الحقيقي، أما التيار $\underline{I}_1$ فيتأخر عن التوتر بزاوية $\varphi_1 = 66^o$، والتيار $\underline{I}_2$ يتقدمعن التوتر بزاوية $\left|\varphi_2 = -90^o\right|$. والتيار الكلي $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$ يتأخر عن التوتر بزاوية قدرها $\varphi = +34^o$.



الشكل 3-89

مثال 3-12:

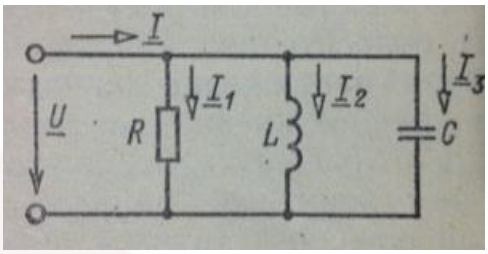
في الشكل 3-90 وصلتعلى التفرع ثلاثة عناصر لها المقاومة والمفاعلات الآتية:

$R = 10\Omega,\ X_L = 20\Omega,\ X_C = 10\Omega$ وتوتر الدخل يساوي $U = 100V$.

والمطلوب تحديد يجميع تيارات الدارة وزاوية فرق الطور بين التيار والتوتر ورسم المخطط السعاعي.

الحل:

نحدد الناقلية العقدية والمسايرتين التحريضية والسعوية ثم السماحية.



الشكل 3-90

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{R} = \frac{1}{10}\ S;\ \underline{Y}_2 = \frac{1}{jX_L} = -j\frac{1}{20}S;\ \underline{Y}_3 = \frac{1}{-jX_C} = j\frac{1}{10}S$$

$$Y = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = 0.1 - j0.05 + j0.1 = 0.1 + j0.05 = 0.1118e^{j26^o30'}S$$

نحدد قيم التيارات:

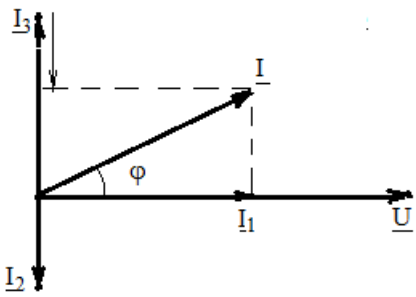
$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_1\underline{U} = 0.1\cdot 100 = 10A;\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_2\underline{U} = (-j0.05)\cdot 100 = -j5A;$$

$$\underline{I}_3 = \underline{Y}_3\underline{U} = j0.1\cdot 100 = j10A;\ \underline{I} = \underline{Y}\underline{U} = 0.1118e^{j26^o30'}\cdot 100 = 111.8e^{j26^o30'}A$$

وزاوية فرق الطور:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - 26^o30' = -26^o30'.$$

يبين الشكل 3-91 المخطط الشعاعي للدارة.



الشكل 3-91

أسئلة ومسائل غير محلولة:

1- اكتب علاقات الناقلية، المسايرة والسماحية. (الإجابات في الفقرة 3-6-1)

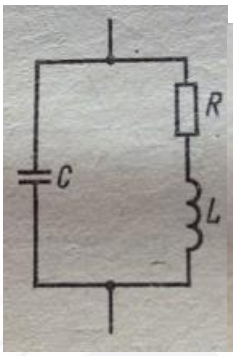
2- ماهي الناقلية وماهي المسايرة؟ (الإجابات في الفقرة 3-6-1)

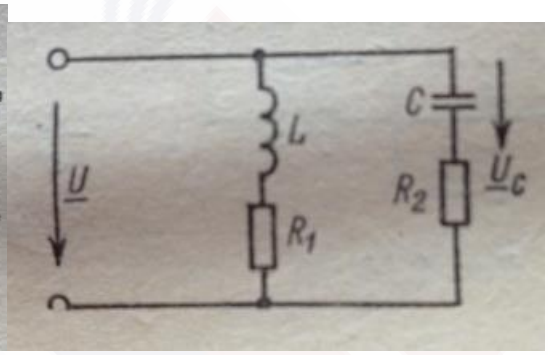
3- كيف نحدد زاوية فرق الطور بين التوتر والتيار الكلي من خلال معرفة الناقلية والمسايرة؟ (العلاقة 3-78)

4- اكتب قانون أوم باستخدام السماحية. (العلاقة 3-80)

5- اكتب علاقة الممانعة العقدية لفرعين موصلين على التفرع. (العلاقة 3-83)

6- حدد السماحية العقدية والممانعة العقدية للدارة المبينة في الشكل 3-92.





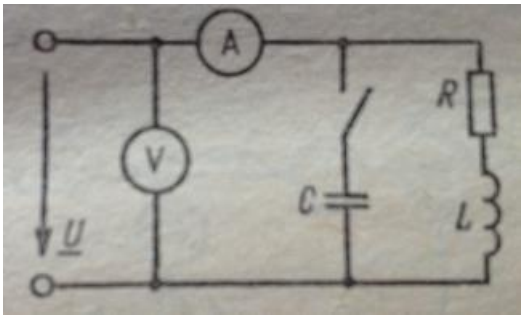
الشكل 3-92 الشكل 3-93

7- لدارة تيار متناوب جيبي (الشكل 3-93) مُعطاة البارامترات R_1, L, R_2, C وكذلك التوتر على طرفي المكثف U_C. والمطلوب كتابة علاقات حساب تياري الفرعين والتيار الكلي وزاوية فرق الطور بين التيار الكلي والتوتر.

مساعدة: استخدم الطريقة العقدية وقانون أوم.

8- إذا علمت أن القيمة الفعالة لتوتر دخل الدارة المبينة في الشكل 3-94 هي $U = 150V$ عند التردد $f = 50Hz$ ، وأشار مقياس الأمبير إلى $2A$ عند فصل المكثف وإلى $1.5A$ عند وصل المكثف، وأن مقاومة الملف هي 60Ω، والمطلوب: تحديد قيمة عامل التحريض الذاتي L للملف وسعة المكثف C.

مساعدة: عند فصل المفتاح حدد قيمة عامل التحريض الذاتي L للملف وعند وصله حدد سعة المكثف C.



الشكل 3-94

3-8- الوصل المختلط للعناصر :

3-8-1- طريقة الحل:

من أجل حساب دارات التيار المتناوب الجيبي تستخدم نفس علاقات التيار المستمر، ولكن بالشكل العقدي. لذلك فأن عملية حساب الدارات المختلطة تتم أيضاً بطريقة التبسيط التدريجي للدارة وحساب ممانعتها المكافئة. يبين المثال 3-13 عملية حساب دارة ذات توصيل مختلط.

3-8-2-المخطط الكموني:

عند تحليل عمل دارات التيار المتناوب يستخدم-بالإضافة للمخطط الشعاعي-المخطط الكموني، الذي يُظهر توزع الكمون العقدي لنقاط الدارة في المستو العقدي.

لرسم المخطط الكموني يؤخذ كمون أحد العقد يساوي صفر وتحسب الكمونات العقدية لباقي العقد بالنسبة له، ثم ترسم هذه الكمونات بمقياس رسم مناسب في المستو العقدي.

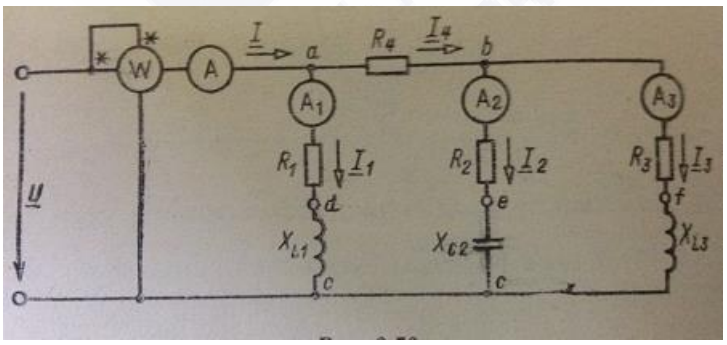
يبين المثال 3-13تسلسل عملية بناء المخطط.

المثال 3-13:

للدارة المبينة في الشكل 3-95لدينا:

$$R_1 = 15\Omega;\ R_2 = 8\Omega;\ R_3 = 6\Omega;\ R_4 = 4\Omega;\ X_{L1} = 10\Omega;\ X_{C2} = 6\Omega;\ X_{L3} = 8\Omega$$

واقيمة اللحظية لتوتر الدخل: $u = 141\sin 314t\ \ [V]$. والمطلوب تحدد القيم التي تشير إليها مقاييس الأمبير ورسم المخطط الشعاعي للتيارات والمخطط الكموني للتوترات.



الشكل 3-95

الحل:

نحدد ممانعات جميع الفروع والممانعات المكافئة:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} = 15 + j10 = 18.03e^{j33^o42'}\Omega$$
$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2} = 8 - j6 = 10e^{-j36^o52'}\Omega$$
$$\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L3} = 6 + J8 = 10e^{j53^o8'}\Omega$$
$$\underline{Z}_4 = R_4 = 4 = 4e^{j0}\Omega$$

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{10e^{-j36^o52'} \cdot 10e^{j53^o8'}}{8 - j6 + 6 + j8} = 7.07e^{j8^o8'} = 7 + j1\ \Omega$$
$$\underline{Z}_{423} = \underline{Z}_4 + \underline{Z}_{23} = 4 + 7 + j1 = 11.05e^{j5^o12'}\Omega$$
$$Z = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_{423}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_{423}} = \frac{18.03e^{j33^o42'} \cdot 11.05e^{j5^o12'}}{15 + j10 + 11 + j1} = 7.07e^{j16^o}\Omega$$

نحدد القيمة الفعالة العقدية للتوتر:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = 100e^{j0}$$

نحدد التيارات العقدية I ، I_1 و I_4:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{100e^{j0}}{7.07e^{j16^o}} = 14.1e^{-j16}A$$
$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{100e^{j0}}{18.3e^{j33^o42'}} = 5.55e^{-j33^o42'}A$$
$$\underline{I}_4 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{423}} = \frac{100e^{j0}}{11.05e^{j5^o12'}} = 9.04e^{-j5^o12'}A$$

نحدد التوتر بين النقطتين b و c:

$$\underline{U}_{bc} = \underline{Z}_{23}\underline{I}_4 = 7.07e^{j8^o8'} \cdot 9.04e^{-j5^o12'} = 63.9e^{j2^o54'}V$$

والتيارات:

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_2} = \frac{63.9e^{j2^o54'}}{10e^{-j36^o52'}} = 6.39e^{j39^o46'}A$$
$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_3} = \frac{63.9e^{j2^o54'}}{10e^{j53^o8'}} = 6.39e^{-j50^o14'}A$$

تُشير مقاييس الأمبير إلى القيم الفعالة للتيارات، التي تساوي إلى مطالات القيم العقدية، لذلك فمقاييس الأمبير تُشير إلى:

$$A_1 - 5.55A;\ \ A_2 - 6.39A;\ \ A_3 - 6.39A;\ \ A - 14.1A$$

لرسم المخطط الشعاعي والكموني نختار مقياس رسم مناسب للتيار وللتوتر m_u, m_i، ونرسم محوري المستو العقدي. نعتبر أن كمون النقطة c يساوي الصفر. وبحسب الحسابات نرسم التيارات $\underline{I}_2, \underline{I}_3, \underline{I}_4 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$ في المستو العقدي، ومن ثم نرسم $\underline{I}_1$ و $\underline{I}$ (الشكل 3-96).

نحسب الكمون العقدي لكل من النقاط d ، e و f و b و a (الشكل3-95):

$$\underline{V}_d = \underline{V}_c + jX_{L1}I_1 = 0 + 10e^{j90^o} \cdot 5.55e^{-j33^o4'} = 55.5e^{j56^o18'}V$$

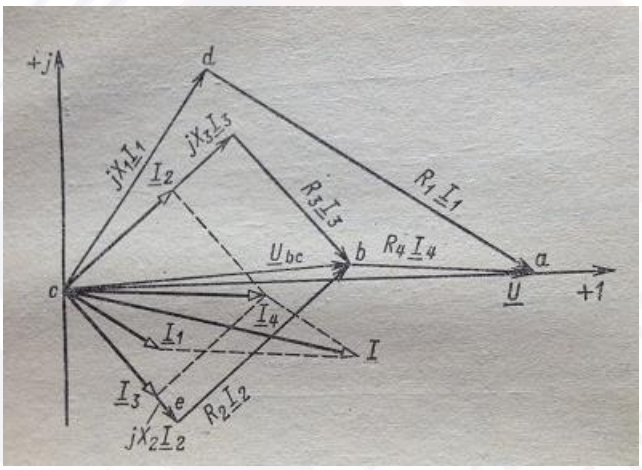
$$\underline{V}_e = \underline{V}_c + jX_{C2}I_2 = 0 + 6e^{-j90^o} \cdot 6.39e^{j39^o46'} = 38{,}5e^{-j50^o14'}V$$

$$\underline{V}_f = \underline{V}_c + jX_{L3} = 0 + 8e^{j90^o} \cdot 6.39e^{-j50^o14'} = 51.1e^{j39^o46'}V$$

$$\underline{V}_b = \underline{V}_c + \underline{U}_{bc} = 0 + 63.9e^{j2^o54'}V$$

$$\underline{V}_a = \underline{V}_b + R_4\underline{I}_4 = 63.9e^{j2^o54'} + 4 \cdot 9.04e^{-j5^o12'} = 100V = \underline{U}$$

وهذا يدل على أن الحسابات صحيحة.



الشكل 3-96

برسم هذه الكموناتفي المستو العقدي (الشكل 3-96)، نحصل على النقاط f, e, d, b, a ، والخطوط الشعاعية الواصلة بينها تمثل التوترات العقدية.

الجامعة السورية الخاصة
SYRIAN PRIVATE UNIVERSITY

الجامعة السورية الخاصة
SYRIAN PRIVATE UNIVERSITY